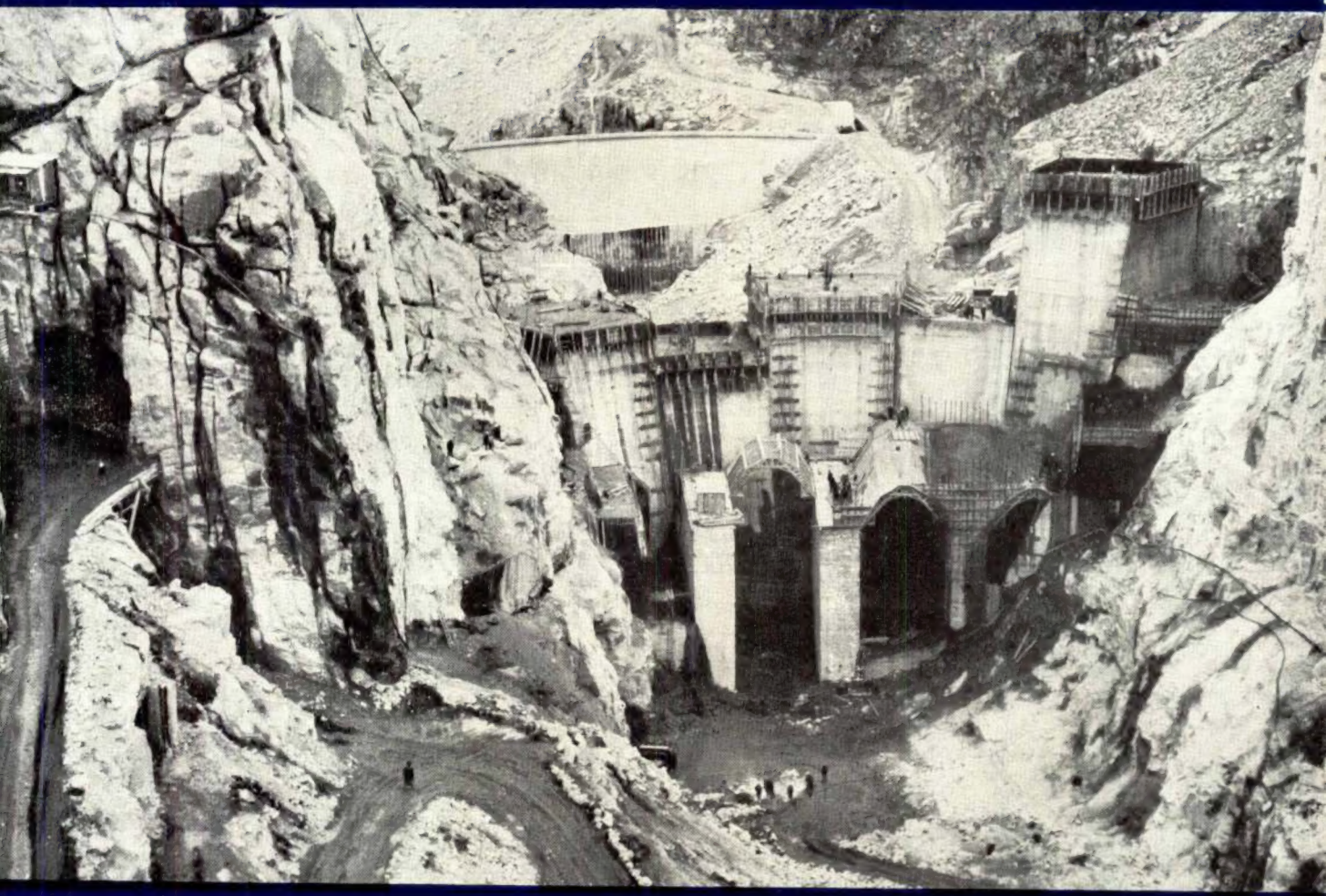
TÉCNICA



REVISTA DE ENGENHARIA DOS ALUNOS DO I.S.T.

N.º 267 - DEZEMBRO - 1956

CIMENTO SECIL

O CIMENTO PARA OBRAS DE GRANDE RESPONSABILIDADE

4 fornos rotativos — 300.000 toneladas anuais

Fábrica no Outão — Setúbal

Lisboa — Rua do Comércio, 56-3.º

Desde o Distrito de **VIANA DO CASTELO** ao de **LEIRIA** e nos Distritos de **SETÚBAL** e **ÉVORA** as

FÁBRICAS
CIDADES
VILAS e
ALDEIAS portuguesas

são abastecidas de

ELECTRICIDADE

para

FORÇA MOTRIZ E TODOS OS USOS INDUSTRIAIS, LUZ, ETC., a TARIFAS MUITO VANTAJOSAS e com as **maiores facilidades**,

pela

UNIÃO ELECTRICA PORTUGUESA

e produzidas nas CENTRAIS:

Thérmica do FREIXO	22.000 CV
Hidráulica do LINDOSO...	100.000 CV
Thérmica da CACHOFARRA...	14.000 CV

Os Escritórios da UNIÃO ELÉCTRICA PORTUGUESA são:

NO PORTO Rua Duque de Loulé, 148
EM LISBOA Rua Rosa Araújo, 35

CAVAN

SOCIEDADE PORTUGUESA

POSTES DE BETÃO PARA LINHAS ELÉCTRICAS
MOSAICOS E AZULEJOS

COLUNAS PARA ILUMINAÇÃO PÚBLICA
MANILHAS PARA ESGOTOS

RUA D. ESTEFÂNIA, 42
TELEF. 47812-50129
LISBOA

TÉCNICA

REVISTA DE ENGENHARIA DOS ALUNOS DO INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

Ano XXXI - N.º 267 Dezembro de 1956

Redacção e Administração: AVENIDA ROVISCO PAIS, I.S.T. * LISBOA-N. * TELEF. 77 01 44 (Linha 50)

DIRECTOR

JORGE DO NASCIMENTO VALÉRIO

ADMINISTRADOR

CARLOS MANUEL DE MEDEIROS PORTELA

SECRETÁRIO

RICARDO MANUEL SIMÕES BAYÃO HORTA

REDACTORES

JORGE AZEVEDO CIPRIANO

JOÃO CARLOS DA MAIA NOGUEIRA

MANUEL VAN'HOFF RIBEIRO

ORLANDO D'ALMEIDA PEREIRA

NUMERO AVULSO 12$50

ASSINATURAS:

	3 N.os	5 N.os	10 N.os
Continente e Ilhas	32$50	50$00	93$00
Ultramar Português e Espanha	—	55$00	100$00
Estrangeiro	—	60$00	110$00

EDITOR E PROPRIETÁRIO

ASS. DOS ESTUD. DO I.S.T.

COMPOSTO E IMPRESSO NA

Tip. JORGE FERNANDES, L.DA

RUA CRUZ DOS POIAIS, 103

LISBOA

SUMÁRIO

CAPA - **Barragem do Picote — Hidro Eléctrica do Douro — Aspecto actual das obras**

Págs.

As disciplinas formativas nas escolas superiores de Engenharia

Pelo Eng.º Elect. (I. S. T.) José Pereira Athayde 149

Petrografia do Continente Português

Por C. Torre de Assunção 165

Sobre dois teoremas do Cálculo Diferencial

Pelo Eng.º Elect. (I. S. T.) J. M. Quadros e Costa 177

Lógica simbólica

Pelo Eng.º Mec. (I. S. T.) António Gouvêa Portela 185

Notas informativas — **Elementos sobre a produção e consumo de energia na rede eléctrica nacional** 196

Melhor aproveitamento da energia das águas nos aproveitamentos de albufeira em regime de interligação

Pelo Eng.º Elect. (I. S. T.) Rogério Martins 197

Do Mundo Técnico 212

Biblioteca 213

OS ARTIGOS PUBLICADOS NESTA REVISTA SAO DE EXCLUSIVA RESPONSABILIDADE DOS AUTORES

Índice Alfabético dos nossos anunciantes

Pág.

A

Agência Comercial, Ltd.ª XXXV
Agência Geral de Material Eléctrico, Ltd.ª . . . . . .
A. Gestetner, Ltd.ª XXXIX
Alfredo Alves . . . . . XXXIV e XXXV
Ahlers, Lindley, Ltd.ª XIV
António Baró XXXIII
Azevedo & Pessi, Ltd.ª XXXIX

B

Blackwood Hodge IV
Bonneville Oliveira XXXVIII
Bouhon & Irmão, Ltd.ª XXXIX

C

Canelas & Figueiredo, Ltd.ª XIX
Cimento Secil . . . . . 2.ª da capa
Companhia de Cimentos Brancos . . VI
Companhia «Cimento Tejo» XXXIII
Companhia União Fabril XXXVIII
Construções Técnicas, Ltd.ª IX
C. Santos, Ltd.ª . . . . . V e XXXII

E

Edmond Dardel II
Electro-Arco, Ltd.ª XXXVIII
Emílio de Azevedo Campos & C.ª, Ltd.ª XVIII
Empresa Electro Cerâmica VI
ENAE XIII
Empresa de Produtos Asfálticos . . . X
Empresa de Sondagens e Fundações Teixeira Duarte, Ltd.ª . . . . . 3.ª da capa
Estabelecimentos Herold, Ltd.ª XXVI e XXXI

F

Fábrica Metalúrgica e Construtora CARAVELA, Ltd.ª XXX
Fábrica Portugal XXVII
Fundição e Construção Mecânicas

G

General Electric Portuguesa XVI
Guedes & Santos Silva, Ltd. XXXVIII

H

Heliaço, Lda. XVIII
Henriques & Castro, Ltd.ª IX

I

Industriewerk Schaeffler XXI

Pág.

INEL XXII
IST XLI

L

Leacock (Lisboa), Ltd.ª XI

M

Manil XXXVI
Máquinas de Precisão, Ltd.ª XXXVI
Mecâno-Civis, Ltd.ª XVII
Monteiro Gomes, Ltd.ª . . . . VIII e XXXVII

N

Nordberg XXIX

P

P. Bellasi XII
Papelaria Fernandes XV
Philips Portuguesa XXI
Pimentel & Casquilho, Ltd.ª III

S

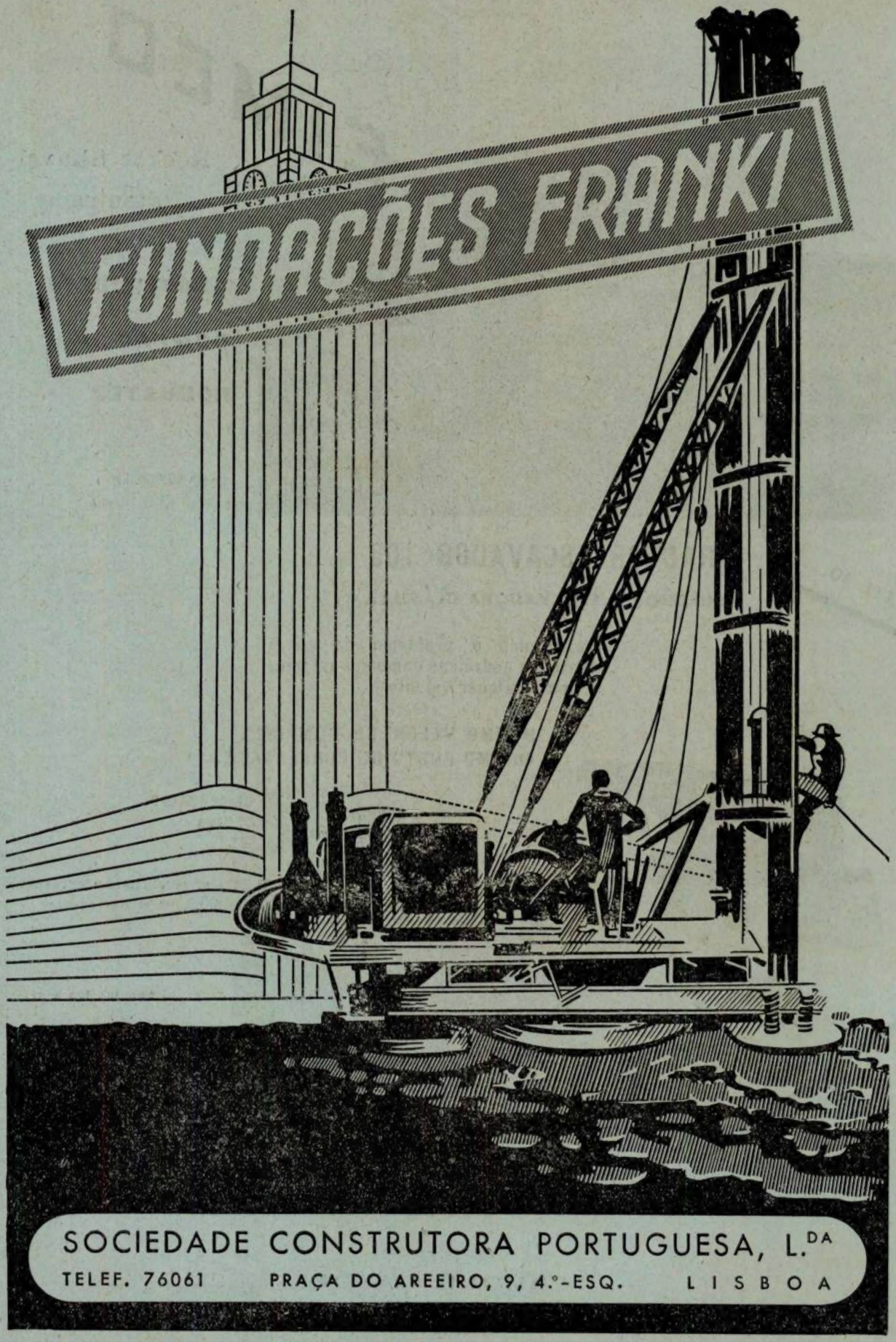
Saint Gobain XXIV
Sanfer, Ltd.ª . . . . . .
S. E. Moniz da Maia & Vaz Guedes, L.da XXIII
SIMET XXIV
SKF XVI
Sociedade Avanço, Lda. XXIV
Sociedade Construtora Portuguesa, Ltd.ª I
Sociedade de Electricidade Brown Boveri . . . . . 4.ª da capa
Sociedade Ericsson de Portugal, Ltd.ª XXXV
Sociedade Industrial Metalúrgica . XL
Sociedade Fabril de Matérias Plásticas XX
Sociedade Portuguesa Cavan . . . . 2.ª da capa
Socony-Vacuum Portuguesa XXVIII
Socotel XXV
Sondagens Ródio, Ltd.ª XXXV
SOMEC XL
SOPECATE XXXIII
Standard Eléctrica VII

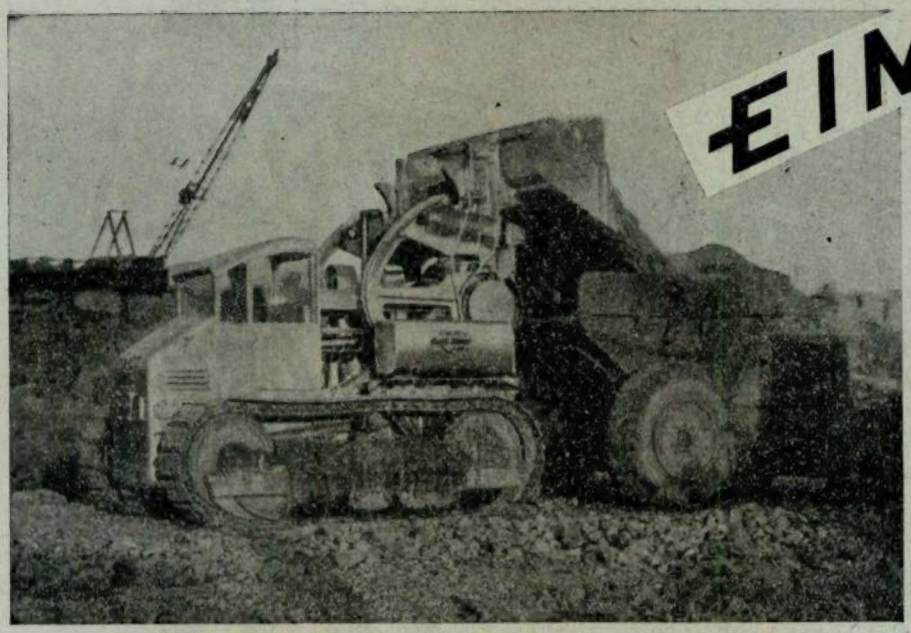
U

União Eléctrica Portuguesa . . . . . 2.ª da capa

V

V. T. Martins X


FUNDAÇÕES FRANKI
SOCIEDADE CONSTRUTORA PORTUGUESA, L.DA
TELEF. 76061 PRAÇA DO AREEIRO, 9, 4.º-ESQ. LISBOA



EIMCO

Rocker Shovel
Patenteado

SIMPLICIDADE

COMPACIDADE

ROBUSTEZ

peso 17.000 kg
balde 1.110 litros

TRACTOR ESCAVADOR 105

ATÉ AO

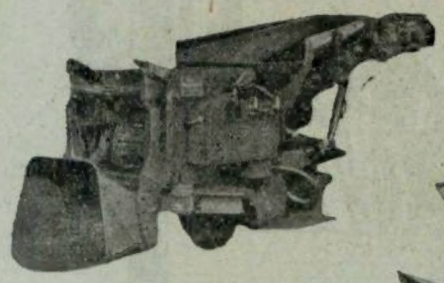
SUPERIOR A ESCAVADORA CLÁSSICA

Resolvendo o problema da carga tanto em pedreiras como em galerias e com qualquer veículo

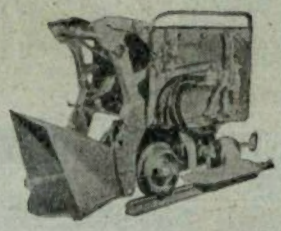
MÍNIMO VALOR DE COMPRA
MÍNIMO CUSTO DE CONSERVAÇÃO

ENERGIA pouco consumo { AR COMPRIMIDO / ELÉCTRICA / DIESEL

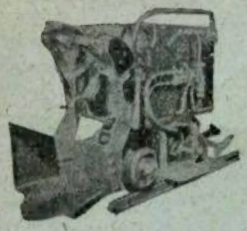
ao modelo 21 a ar comprimido corresponde o modelo 630 montado sobre lagartas



Modelo 40

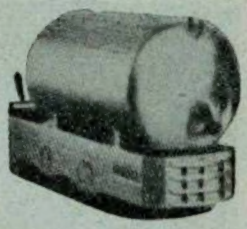


Modelo 21



Modelo 12-B

Locomotiva a ar



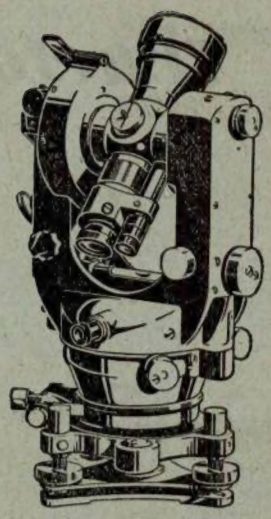
TODA A GAMA DE CARREGADORAS SUBTERRÂNEAS

Milhares de unidades trabalhando em todo o Mundo

•

AGENTE EXCLUSIVO

EDMOND DARDEL
Rua Rodrigues Sampaio, 19-4.º-B — LISBOA
Telef. 4 2289



T1 T1 T1

WILD HEERBRUGG

WILD HEERBRUGG

CARACTERÍSTICAS

Teodolito repetidor

Óculo reversível nos dois sentidos:

Abertura: 40 mm ø. Ampliação: 27×

Constante estadimétrica . . . 100

Prumo óptico incorporado

Leitura directa . . . . . 1'

Leitura por estimativa . . . . . 10''

Peso do aparelho e estojo . . 6,5 kg

Peso do tripé . . . . . 5,0 kg

PREFERIDO POR

Inst. Geográfico e Cadastral

Serv. Geográficos do Ultramar

Câmaras Municipais

Missões Geográficas

Empresas Hidro-Eléctricas

Empreiteiros e Construtores

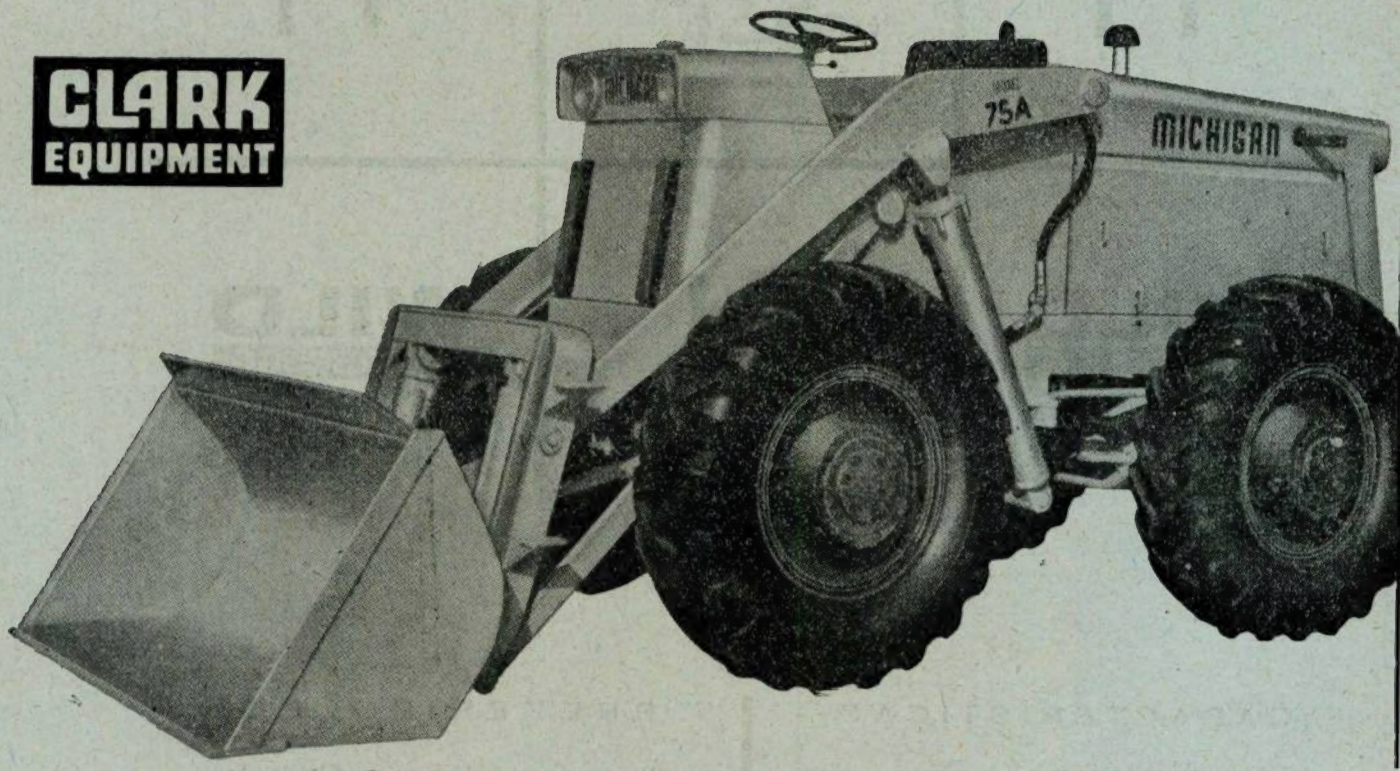
PIMENTEL & CASQUILHO, L.DA

RUA DAS PORTAS DE SANTO ANTÃO, 75 • LISBOA

TELEFONE: 2 4314 TELEGRAMAS: TECNA

tracto-carregado

CLARK
MICHIGAN
U. S. A.



Mais «EXTRAS» são «STANDARD» no MICHIGAN do que em qualquer outro tracto-carregador.

- DOIS FARÓIS DIANTEIROS PLENOS DE LUZ
- MUDANÇAS DE TRANSMISSÃO SEMI-AUTOMÁTICAS
- CONVERSOR DE BINÁRIO — NÃO TEM EMBRAIAGEM
- MOVIMENTO DE BALDE INDEPENDENTE DA LANÇA
- CONTA HORAS DO MOTOR
- FILTROS DE ÓLEO PARA O MOTOR E CONVERSOR
- DOIS FARÓIS TRASEIROS
- DIRECÇÃO COM AJUDA HIDRÁULICA
- DESMULTIPLICAÇÃO NOS CUBOS DAS RODAS
- INDICADOR DA POSIÇÃO DO BALDE

Motor Diesel 80 CV. — Duas velocidades de trabalho e duas de marcha, quer para a frente quer para trás — direcção às rodas traseiras — todas as rodas motoras — pneus 14 : 00 × 24 tipo terraplanagem — balde de 1 jarda cúbica, etc., etc.
Tudo isto torna o Michigan no campião de todos os tracto-carregadores de rodas ou de lagartas.

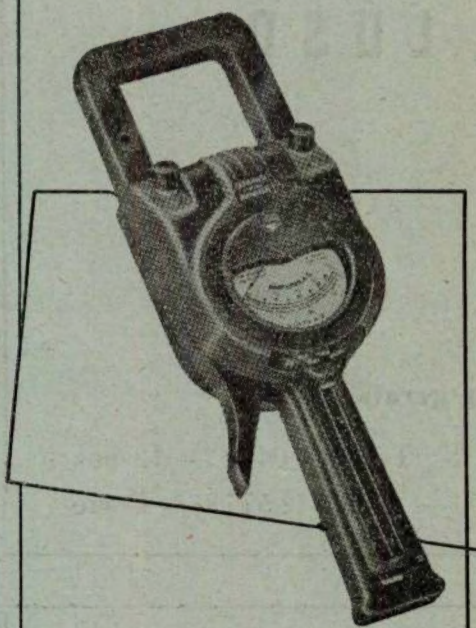
DISTRIBUIDORES EXCLUSIVOS:

BLACKWOOD HODGE

AV. ALMIRANTE REIS, 247 — LISBOA

Telef. 72 59 48 - 72 59 84

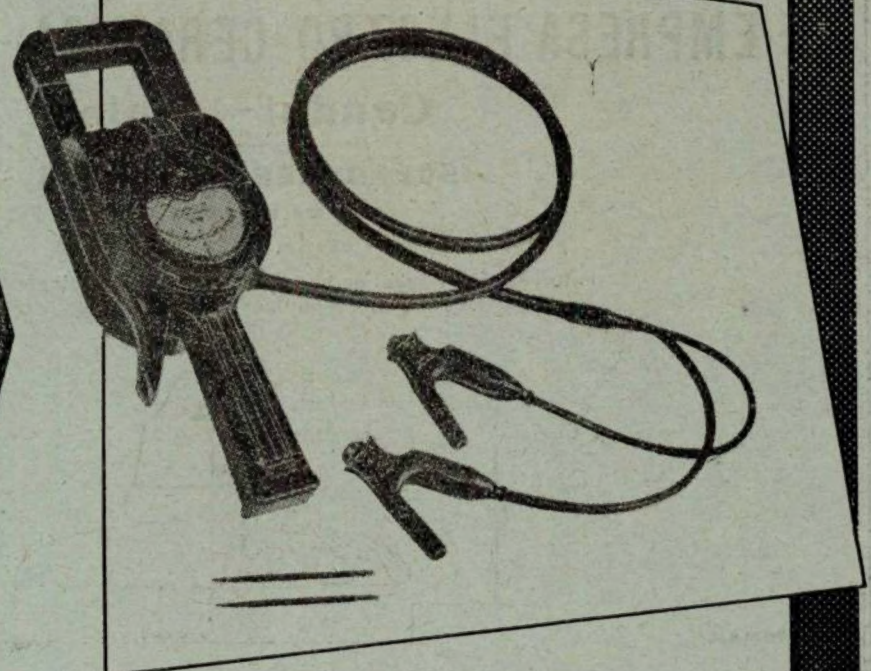
PINÇAS FERRANTI



PINÇAS VOLT — AMPERIMÉTRICAS

7 ESCALAS

EM AMPÈRES	EM VOLTS
0 — 10 AMPS.	0 — 150 V
0 — 25 »	0 — 600 »
0 — 100 »	
0 — 250 »	
0 — 1000 »	



PINÇA WATTIMÉTRICA

7 ESCALAS

0 — 3 KW
0 — 6 »
0 — 12 »
0 — 30 »
0 — 60 »
0 — 120 »
0 — 300 »

REPRESENTANTES:

C. SANTOS LDA.

29, AVENIDA DA LIBERDADE, 41 — LISBOA

DIVISÃO MARÍTIMA E TÉCNICA
T. DA GLÓRIA, 17 — LISBOA
160, R. STA. CATARINA, 168 — PORTO

O EMPREGO DO CIMENTO BRANCO...

permite acabamentos mais perfeitos, mais duradouros e muito mais económicos

Estude a vantagem do emprego do

CIMENTO BRANCO LUSO

Consulte os distribuidores gerais

No Sul: **SCIAL** — T. do Corpo Santo, 15 — Telef. 2 0464 — Lisboa
No Norte: **SCIAL** — R. do Bonjardim, 205 — Telef. 2 5779 — Porto

EMPRESA ELECTRO CERÂMICA — S. A. R. L.

Candal — Gaia

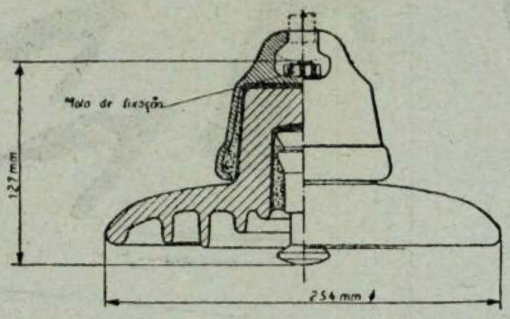
ISOLADORES DE CADEIA

Para suspensão

Tipo ACS 25

Este isolador é igual ao tipo I. B. S. 99 da firma inglesa Taylor Tunnicliff & Co., Ltd., por acordo com a qual o fabricamos

Peso aproximado: 4,3 kg cada elemento



Materiais

Porcelana vidrada em castanho.
Campânulas de ferro fundido maleável, galvanizadas por imersão a quente.
Hastes de aço macio galvanizadas por imersão a quente.
Molas de fixação de bronze fosforoso.

Sede — Largo Barão de Quintela, 3 — LISBOA

Standard Electrica

ASSOCIADA

DA

"INTERNATIONAL TELEPHONE & TELEGRAPH CORPORATION"

PROJECTOS — FORNECIMENTOS — INSTALAÇÕES

— Material de radiocomunicações para todas as aplicações em média, alta, muito alta e ultra-alta frequência;

— Equipamentos de radiodifusão e televisão e respectivo material de estúdio e acessórios;

— Sistemas de antenas para aplicações gerais e especiais para radiocomunicações, radiodifusão e televisão;

— Instalações de comutação telefónica, manuais e automáticas, de todos os sistemas e capacidades. Sistemas de comunicações por fios em altas frequências;

— Materiais de transmissão telegráfica automática, por fios e por rádio;

— Sistemas de sinalização e de comando, automáticos e manuais, intercomunicadores, amplificadores e aparelhagem acessória;

— Cabos e acessórios de todos os tipos, para energia, comunicações e altas frequências;

— Rectificadores de selénio de tipos especiais e gerais para todas as aplicações.

Serviços Técnicos, Comerciais e Fábrica

NA AVENIDA DA INDIA — **LISBOA**

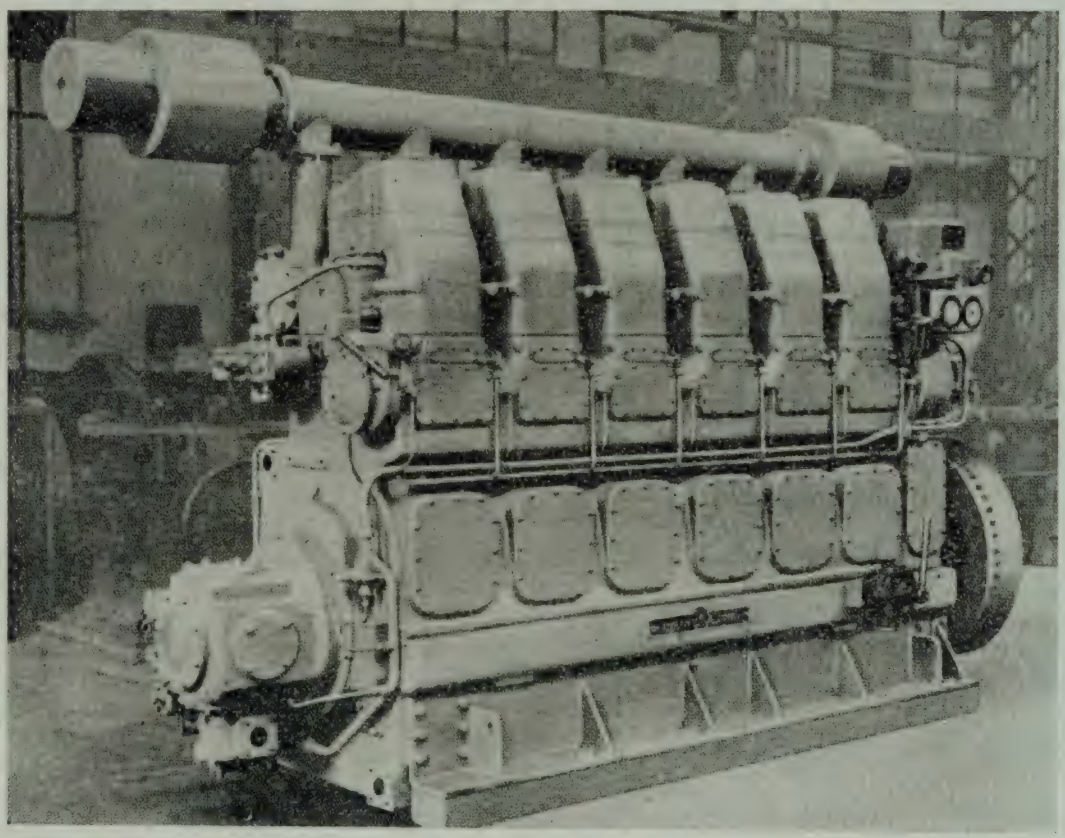
TEL. 63 81 71/6

Motores Diesel e de combustível duplo

'ENGLISH ELECTRIC'

DESDE 165 HP A 2000 HP

- PARA FINS INDUSTRIAIS
- TRACÇÃO
- MARÍTIMOS



THE ENGLISH ELECTRIC COMPANY LIMITED

Fábricas em: Stafford, Rugby, Preston, Bradford e Liverpool

Representantes exclusivos para Portugal e Africa Ocidental Portuguesa:

MONTEIRO GOMES, LIMITADA

Sede: Rua Cascais, 47 (Alcântara) — LISBOA

Sucursais: PORTO, BEJA, VILA FRANCA DE XIRA e LUANDA

APRESENTA EM TODO O MUNDO
UM PRODUTO À BASE DE CIMENTO

EMBELESADOR
PETRIFICANTE
HIDRÓFUGO

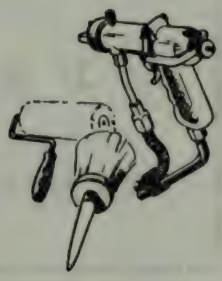
DISTRIBUIDORES EM PORTUGAL E ULTRAMAR:

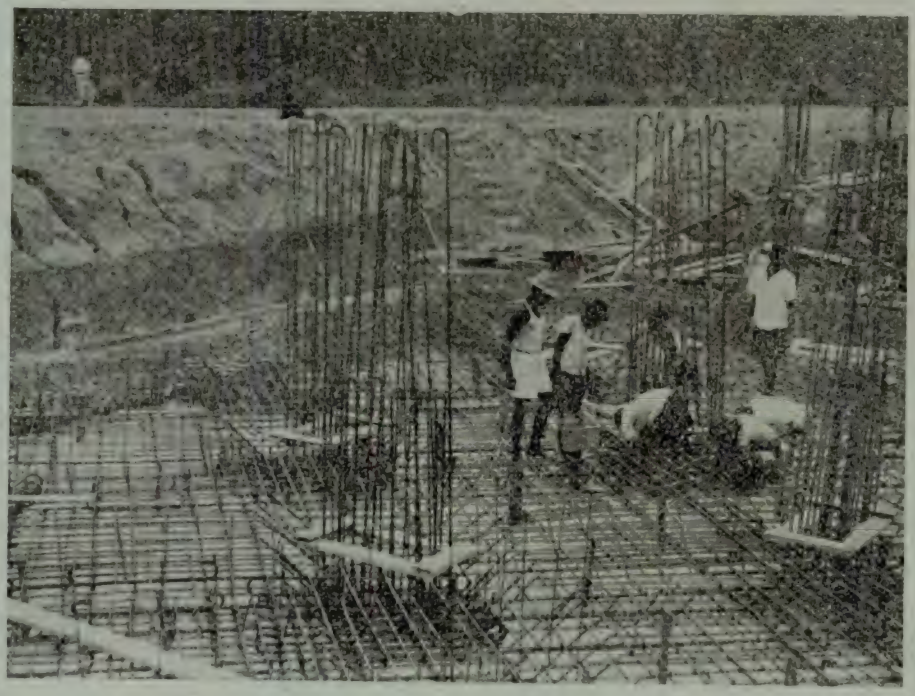
HENRIQUES & CASTRO, Lda.

Av. Conde de Valbom, 96
LISBOA

Tele { gramas: HENRICASTRO
fones 77 50 57 - 77 50 58

APLICAÇÃO
FÁCIL





5 SILOS NO PLANALTO DE BENGUELA
Capacidade total de 14.000.000 kg de milho. Aspecto da armadura da laje de ensoleiramento geral, em Nova Lisboa

Construções Técnicas, L.da

Praça do Município, 13, 3.º
LISBOA
Telefone 2 2344

FUNDAÇÕES
BETÃO
ARMADO
OBRAS
PÚBLICAS

Para impermeabilizar terraços, paredes, fundações, etc.

COLAGEM DE TACOS DE MADEIRA

FABRICA EM SACAVÉM

TELEFONES { 4 2651 / 4 2156 TELEG. EPALDA—LISBOA

Um prédio que todos conhecem na Praça da Alegria

Uma boa vedação hidrófuga representa uma economia apreciável e com a aplicação do nosso sistema tandem um isolamento térmico do qual beneficiam os ocupantes do andar coberto pela placa. Consultem os nossos serviços técnicos sem qualquer compromisso.

TELAS BETUMINOSAS

Distribuidores:

No Centro e Sul:
V. T. MARTINS
Rua da Prata, 59-3.º E.
Telef. 23690 LISBOA

No Norte:
BLACKETT & C.ª, L.DA
Rua da Nova Alfândega, 22
Telef. 21407 PORTO

LEACOCK (LISBOA), L.DA

AV. 24 DE JULHO, 16 — LISBOA

R. JOSÉ FALCÃO, 185 — PORTO

SECÇÃO DE MÁQUINAS E ELECTRICIDADE

REPRESENTANTES DE:

THE RAWLPLUG COMPANY, LTD.
Material de fixação para construção civil e mecânica.

HOOVER, LTD.
Motores eléctricos desde 1/8 até 3/4 H. P., Monofásicos e Trifásicos.

VERITYS, LTD.
Motores eléctricos desde 1 até 125 H. P

J. A. CRABTREE & CO. LTD.
Material para instalações de luz: interruptores, fichas, tomadas, etc.
Material para instalações de força: arrancadores, disjuntores, caixas, etc.

TRANSFORMERS & WELDERS, LTD.
Transformadores de todos os tipos até à potência de 3000 K. V. A. e até à tensão de 33000 Volts.

BARTON CONDUITS, LTD.
Tubo de aço para instalações eléctricas.

EDWARD MAC BEAN & CO. LTD.
Tubo, fita e pano de tela envernizada.

MEASURING INSTRUMENTS (PULLIN), LTD.
Amperímetros, Voltímetros, Frequencímetros, Wattímetros de todos os tipos e escalas.

F. PERKINS, LTD.
Motores Diesel marítimos.

THE AUTOMATIC COIL WINDER AND ELECTRICAL EQUIPMENT CO, LTD.
Osciladores, capacímetros, texts universais, texts electrónicos, analisadores de válvulas, luxímetros, expositores para fotografias.
Máquinas para bobinar e enfitar.

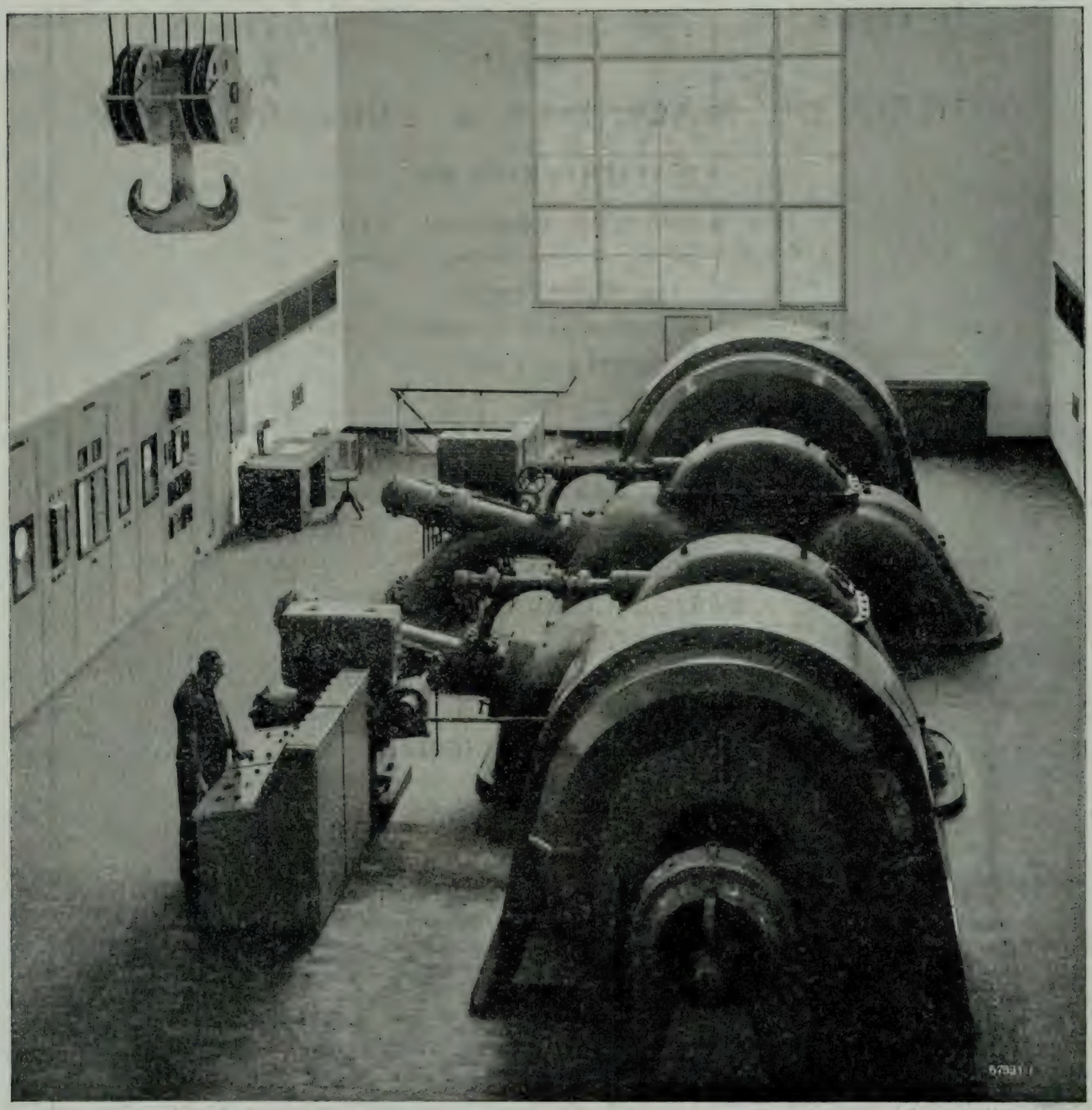
GEORGE KENT
Contadores de água, de vapor e de óleo.
Tubos Venturi
Determinadores e controladores do pH, do CO_2 e pirómetros pelo processo potenciométrico.
Combustiómetros, manómetros, registadores de distâncias, medidores-registadores de caudais, medidores de orifícios em condutas para gases.

THORN ELECTRICAL INDUSTRIES, LTD.
Luz fluorescente e rádios.

ELECTRIC PANELS, LTD.
Aquecimento eléctrico

OERLIKON

Máquinas e aparelhos eléctricos de todo o género



Grupo de alternadores de 13.000 e 6.500 kVA, 750 rot/min. na central de Fätschbach, Glaris (Suíça), da Nordostschweiz Kraftwerke A. G., Baden.

P. BELLASI

Rua Sá da Bandeira, 494-3.º • Telefone 21968 • PORTO

Representante geral para Portugal e Ultramar dos

ATELIERS DE CONSTRUCTION OERLIKON • ZURICH 50 • (SUÍÇA)

TÉCNICA

DIRECTOR: JORGE DO NASCIMENTO VALÉRIO
ADMINISTRADOR: CARLOS MANUEL DE MEDEIROS PORTELA

Ano XXXI - N.º 267 Dezembro de 1956

C. D. U. 378.962.03

AS DISCIPLINAS FORMATIVAS NAS ESCOLAS SUPERIORES DE ENGENHARIA

PELO ENG.º ELECT. (I. S. T.) JOSÉ PEREIRA ATHAYDE

PLANO

1) *A Missão da Universidade*
2) *As Escolas de Engenharia dentro da Universidade*
3) *As cadeiras especialmente formativas no elenco das Escolas e seu sumário geral*
4) *Sugestões para a orientação dos cursos*

1) A Missão da Universidade

Disse o Prof. Eng.º António de Sousa da Câmara numa recente conferência (1).

«A Universidade é em todos os países a central do saber, a forja da cultura, o viveiro de estudiosos e de dirigentes da Sociedade. É ainda a Universidade que inspira as concepções filosóficas que orientam os rumos nacionais, que apontam objectivos nobres e generosos, que rasgam as vastas perspectivas do futuro, que instilam nos povos a mística das grandes realizações sociais ou das grandes transformações políticas, económicas ou sociais».

E mais à frente:

«Reconhece-se mundialmente, que a Universidade deve ser verdadeira geradora da civilização, o centro impulsionador das actividades científicas que conduzem à melhoria da produção dos bens materiais, e sobretudo — função de alto relevo — o «meio» propício à formação dos universitários com a *ética* e os conhecimentos, de que a comunidade necessita, proporcionando a maior parte dos dirigentes que hão-de constituir o escol da nação».

Este distinto Engenheiro concordava com o Doutor Fernando Magano ao citar o Dr. Agostinho de Campos (2) (em Comércio do Porto — 19-2-953) que afirmara:

«As formas superiores de ensino devem ter em mira, consideradas pelo seu aspecto mais prático e directamente social a formação de dirigentes».

O Dr. Braga da Cruz (3) esclarece, porém, o panorama presente, ao dizer:

«No século XIX» . . . «A Universidade deixa de formar homens para passar puramente a criar técnicos».

«Esta desarticulação do ensino Universitário, sob cujo domínio continuamos a viver corre o risco de assumir proporções alarmantes: os jovens diplomados saiem da Universidade apetrecha-

(1) Responsabilidade Social da Universidade — Tese apresentada ao 1.º Congresso Nacional da JUC — IST. 15 a 19 de Abril de 1953 in «O Pensamento Católico e a Universidade» — pág. 144-145-146.

(2) *O Pensamento Católico e a Universidade* — pág. 30.

(3) Idem — pág. 94.

dos duma soma de conhecimentos invejável; mas, em compensação, entram na vida de olhos inteiramente vendados quanto ao importante problema de saber o justo lugar que esses conhecimentos técnicos ocupam na hierarquia dos vários ramos da ciência», o que o Eng.º Manuel Corrêa de Barros (4) corrobora ao dizer: «O conceito técnico de Universidade» . . . «Traduz-se pelo desprezo da cultura, da ciência pura, da formação da mentalidade e do carácter em benefício de uma simples aprendizagem profissional especializada».

O problema não é novo; já há um século (1852) o Cardeal Newman havia lançado o alarme em Dublin numa série de conferências, hoje famosas, sobre a «Idea of a University» proclamando que competia aquela formar o «homem» e não «ensinar o especialista», fugindo à preocupação do imediatamente útil, para se preocupar com o afinamento do «são critério».

Esta linha doutrinal inspirou o Sr. Prof. Eng.º Leite Pinto, que como Ministro da Educação Nacional ao dar posse à Secção de Ensino Superior da Junta Nacional de Educação em Novembro de 1955 (5), afirmou:

«A elite não pode ser constituída sòmente através de textos de instrução. Não bastam os conhecimentos científicos para formar um professor ou um juiz. Os diplomados Universitários têm de ser membros de eleição dentro da comunidade nacional e portanto têm de ser formados também sob o ponto de vista «humano».

E mais à frente:

«Por mim estou convencido — e já o escrevi algures — que a crise mundial é devida a um desfazamento entre o progresso técnico e o progresso moral.

Os especialistas (nenhum de nós é contra o especialista!) contribuiram para o primeiro e são por isso de louvar. Mas as Universidades, preocupando-se, vai para meio século, com os estudos especializados e só com eles, esqueceram-se do antídoto que é a cultura geral humanista, sem a qual, quer-me parecer, não há progresso moral que valha».

Desvanece-nos ouvir em tão importante reunião serem citadas quase textualmente as palavras que escrevemos em 1936, quando ainda estudante do I. S. T. (6):

«A crise do nosso tempo tem a sua origem no desiquilíbrio entre as possibilidades materiais do homem e a sua força moral. *O Primeiro Problema* dos nossos dias é o do dotar o homem de uma consciência suficientemente forte para poder utilizar no *Bem* o potencial energético formidável que as circunstâncias puzeram ao seu alcance no século XX».

Ideia que retomávamos pouco depois (7) ao dizer: «A Mística profissional — a realização da unidade de consciência no amor à profissão —, só ele poderá salvar da falência as soluções económicas e sociais dos problemas que nos afligem».

E mais tarde em 1955 (8) completávamos, afirmando:

«A Universidade não é apenas, nem sequer fundamentalmente, um centro de informação, mas principalmente: centro de formação de Homens, que pela elevação e equilíbrio da sua cultura, possam eficientemente ocupar as alavancas do comando e os postos de orientação da comunidade nacional.

Os Universitários não são apenas os depositários de uma cultura, são elaboradores de uma situação cultural em constante evolução.

Sob o aspecto informativo nada se diz, em geral, nas disciplinas técnicas que não possa ser lido aqui ou ali, reunido ou disperso, nas publicações da especialidade.

Limitar o ensino universitário ao recitativo de uma compilação de textos é falsear por completo a sua missão que é de desenvolver a capacidade de observação e raciocínio, o juízo crítico, a prudência na apreciação dos dados, e bom senso nas resoluções, aperfeiçoar o carácter, sugerir atitudes habituais aos homens que procura formar.

---

(4) *O Pensamento Católico e a Universidade* — pág. 110.
(5) Jornais do dia 29 de Novembro de 1955.
(6) *Técnica* n.º 36 — Junho de 1936.
(7) *Técnica* n.º 82 — Fevereiro de 1937.
(8) *Técnica* n.º 249 — Fevereiro de 1955.

Se, por hipótese, fosse possível a um Engenheiro saír da Escola sem conhecer qualquer técnica executiva, mas com o desenvolvimento das qualidades mentais, os hábitos de trabalho e os conhecimentos fundamentais que lhe permitissem apreender ràpidamente os detalhes de uma situação técnica, diriamos que o ensino teria sido adequado.

O que interessa é preparar homens capazes de apreciar com equilíbrio e critério as situações que a vida lhes for oferecendo, equacionar os problemas que forem surgindo.

A Universidade não se destina a fornecer os grãos de ciência que os seus alunos distribuirão prontinhos e acabados a quem lhos pedir; mas sim a preparar o campo que, uma vez fecundado pelos problemas da vida, gerará na dor os almejados frutos».

Doutrina perfilhada pelo fundista de um jornal diário (9) que ao apreciar elogiosamente o discurso referido, do Prof. Leite Pinto, citava Montaigne que afirmara mais apreciar «uma cabeça bem feita do que uma bem cheia».

O problema da Técnica e da Cultura tinha merecido já ao Prof. Eng.º Daniel Vieira Barbosa oportunas considerações na Semana Social de Braga (9 A).

«O homem como lembra Sedillot nasce com uma pátria e com afectos, mas cresce com os livros e com ideias feitas, e tende a especializar-se porque a soma dos conhecimentos actuais ultrapassa, indiscutìvelmente, a capacidade limitada de qualquer cérebro mortal. Especializando-se, porém, limita o seu campo visual, mas quantas vezes crê, contudo, abranger toda a verdade existente, quando dela não tem mais do que um aspecto ou uma parte limitada, grão pequeno de poeira no muito que há para saber.

Esta realidade que se torna preocupante no campo particular de qualquer ramo da Ciência, mais grave tem de encarar-se quando se olhar à separação, tão estranha, que dia a dia se nota entre a cultura técnica e a cultura humanista.

A Técnica — pode dizer-se — apossou-se inteiramente do mundo, alterando completamente o seu aspecto no que respeita às possibilidades do homem, dos povos e das Nações; a Ciência desenvolveu-se de tal forma, nas suas aplicações para o bem e para o mal da Humanidade, que a este surgiu o problema instante de pôr ao lado desse progresso técnico que a beneficía e atormenta, o progresso moral que, com ele, não caminha par a par, como se impunha.

— No fundo tudo está em que os progressos de técnica só poderão servir os progressos da civilização, no seu mais alto sentido, quando nós formos seus autênticos representantes, visto que, se o homem se pode elevar sem que a Técnica o eleve, a reciproca já não obedece à verdade.

A Técnica não é, por forma alguma incompatível com a Cultura, mas sob condição expressa de que o indivíduo se mantenha superior à sua Técnica e dela saiba servir-se como instrumento precioso na plena liberdade e independência duma sólida formação espiritual que o subordine.

Isto nos leva a olhar, com especial cuidado não só à intervenção da Escola na formação da juventude, a responsabilizar os governos pela orientação que lhe confiaram, mas principalmente, à formação dos técnicos, dado que a sua intervenção é cada vez mais larga em profundidade e em extensão no meio social.»

2) As Escolas de Engenharia dentro da Universidade

Esta doutrina aplica-se com excepcional acerto ao ensino da Engenharia.

A Ordem dos Engenheiros no seu Parecer sobre a reforma do ensino de Engenharia (10) ao tratar o problema do «Critério de formação» foi explicita:

---

(9) *Diário de Notícias*, 19 de Dezembro de 1951.

(9A) Semanas Sociais Portuguesas — IV Curso — Braga, 1955.

(10) Boletim da Ordem dos Engenheiros, de 1 de Novembro de 1955.

«Cada vez se torna mais imperioso que seja proporcionada aos futuros engenheiros uma sólida preparação geral não só nos conhecimentos básicos de Matemática, de Física, de Química e das outras ciências naturais directamente relacionadas com a sua futura especialidade, mas ainda naquelas que se referem à inter-relação da sua profissão com o desenvolvimento da moderna vida económica, social e política.

É necessário fazer incidir a sua atenção sobre as fontes fundamentais do pensamento moderno *e procurar estimular, pela obrigatoriedade de apresentação de estudos e relatórios apreciados e comentados pùblicamente nas aulas* o uso correcto e preciso da língua portuguesa.

Finalmente há que incutir-lhes durante todo o tempo da sua permanência na escola aqueles princípios fundamentais, técnicos, económicos e de deontologia essenciais ao exercício da engenharia e que hão-de durante toda a sua carreira dominar a sua actuação profissional.

Também se torna claro que a formação do engenheiro constitui um todo indivisível conducente à preparação não apenas de um técnico especializado, mas de um elemento apetrechado para o exercício de uma profissão que exige não só conhecimentos técnicos, económicos e humanos, mas também um alto nível de cultura geral».

E repetindo afirmações já feitas em Braga em 1952 pelo bastonário da Ordem Sr. Prof. Eng.º Daniel Barbosa, que ela agora perfilha; acrescenta:

«Não se deve esquecer que a intervenção dos engenheiros no meio social é cada vez mais larga em profundidade e extensão, o que leva a encará-los como agentes de importância para dirigir e educar também; de facto no desenvolvimento técnico-industrial dos nossos dias o técnico aparece em toda a parte quase sempre comandando e orientando equipas ou centros de trabalho que dele têm a esperar a influência e condução (educação).

E, quantas vezes, na própria concepção das soluções que procuram, na aplicação sistemática dos meios que preconizam ou encontram para realizar e construir, necessitam equilibrar por uma sólida formação de humanismo cristão as tendências tão nocivas a que uma tecnocracia extreme os arrastaria com certeza».

. . . e mais à frente

«Este aspecto (é) fundamental na preparação do engenheiro pelo que se tem a esperança de que num futuro próximo a sua total preparação escolar se complete de maneira a poder integralmente cumprir a Missão Social que o País dele espera.»

Esta ideia é reforçada pelo apelo à criação da mística profissional, dizendo:

«Compete à Escola de Engenharia, além da preparação técnica, económica e social aos seus diplomados, dar-lhes a entranhada noção da sua responsabilidade e do significado da posição que vão ocupar na Sociedade.

. . . Deve constituir uma segunda natureza (o hábito) de atacar os problemas com profunda honestidade mental, de se dar inteiramente ao cumprimento das suas funções e de não temer a responsabilidade inerente ao exercício da profissão».

Doutrina, que, foi perfilhada oficialmente, como o prova o preâmbulo do Decreto (11) que reformou o ensino de Engenharia onde podem ler-se citações como as seguintes:

De um autor americano:

«Os Estados Unidos formam técnicos que estão longe de ser homens educados; são capazes de realizar a sua tarefa restrita e de a realizar convenientemente; mas ignorando a literatura (chave do comportamento humano, a história, a economia, a geografia, a sociologia, as matemáticas, as línguas, etc., não podem relacionar a sua especialidade com o ambiente geral.

Do Parecer do Conselho da Escola Politécnica Federal de Zurique.

---

(11) Decreto n.º 40 378, de 14 de Novembro de 1955.

«As ciências técnicas, embora indispensáveis ao desenvolvimento da civilização material, não deixam de oferecer perigos aos que se lhes consagram inteiramente. Se acreditarmos em pessoas qualificadas para fazerem tais observações, acontece que os jóvens engenheiros não mostram nas empresas em que trabalham todas as qualidades que deveriam esperar-se de um homem educado; acontece por vezes que eles ignoram ou nem sequer suspeitam o significado humano dos deveres que lhe incumbem.»

Opiniões de que é tirada a conclusão ao dizer-se.

«Todo o movimento actual aconselha, não a reduzir em homenagem a uma precoce especialização, a cultura geral dos nossos engenheiros, mas ao contrário precisamente a aperfeiçoá-la e a completá-la. É em estreito acatamento dessa clara lição que nos novos planos se alarga a representação das disciplinas de Matemática e de Física e se inscreve pela primeira vez a disciplina de Sociologia Geral (Questões Morais e Sociais relacionadas com a Técnica) e se procura sugerir para a Economia, através da própria modificação do nome da cadeira, um estudo com carácter mais geral.

Na mesma ordem de ideias escreveramos (12) alguns meses antes:

«Uma das facetas mais importantes da formação Universitária será o enquadramento da ciência especializada no conjunto da vida: no nosso caso — a técnica na sua moldura económica e social».

Opinião conforme com a de Joseph Weil (13) comentando o recente inquérito do «Engeneering Council for Professional Development» no USA: «O papel da Escola de Engenharia não se deve confinar à preparação técnica dos alunos, mas ir mais além e dar-lhes uma formação geral que os ponha a par dos factores básicos que afectam social e industrialmente o mundo moderno».

Idêntica doutrina informa o preâmbulo do Decreto-Lei que reforma a Ordem dos Engenheiros (14), para que: «através a sua nova estrutura orgânica possa imprimir ainda maior impulso à sua acção de cultura, não apenas no aperfeiçoamento profissional e, na actualização das técnicas, mas também no tocante à preparação científica, literária e filosófica, à formação social e económica e à compreensão em plano dilatado e global dos problemas essenciais do homem e da vida que a especialidade só por si não dá e pode até comprometer».

Esta acção que é reconhecida à Ordem deve começar na Escola, como o pedia desde há muito, um largo movimento de opinião que originou os textos que se vão seguir:

Já entre os Votos do 2.º Congresso Nacional de Engenharia, no Porto em Junho de 1948 (15) se encontravam os seguintes:

5.1 — Deve proprocionar-se ao Engenheiro português ao lado da indispensável cultura técnica, uma adequada formação genérica e social.

5.1 — Deve assegurar-se ao engenheiro português o exercício, extensivo a todo o campo interventivo que hoje lhe pertence, duma função profissional técnica, directiva e técnico-administrativa.

11.1 — Importa acentuar a importância da formação social e económica do engenheiro, não como conjunto de conhecimentos fora da vida técnica, mas no sentido de intensificar os aspectos económicos (da acção) do engenheiro.

11.2 — Devem desenvolver-se, nos planos dos cursos, estudos de orgânica e ético-económico-técnicos, os quais pela sua índole estão compreendidos no domínio exclusivo do engenheiro.

43.1 — Deverá tratar-se o problema de mão-de-obra no aspecto humano.

E por todo o mundo o mesmo clamor se ouve.

A II Conferência Internacional dos Industriais, onde estavam representados os Estados Unidos, Inglaterra, Alemanha, França, Bélgica, Holanda, Itália, Suécia, Noruega, Dinamarca, Áustria e Suíça, que se realizou em Paris, em Maio de 1954, declarava na sua 9.ª conclusão.

---

(12) *Técnica* n.º 249 — Fevereiro de 1955.

(13) *Boletim da Ordem dos Engenheiros*

(14) Decreto-Lei n.º 40 774, de Setembro de 1956.

(15) *Revista da Ordem dos Engenheiros*, n.º 69 — Set 1949.

«É necessária uma formação mais humana e social de todo o pessoal de direcção».

O 1.º Congresso de F I A N I (Federação Internacional das Associações Nacionais de Engenharias), reunida em Roma, em Outubro de 1953, escolheu para o tema a «Formação Geral do Engenheiro em vista aos seus deveres sociais» que terminou por uma alocução do Santo Padre, que afirmou: (16)

«Se o engenheiro aspira a preencher um papel de guia e iniciador de realizações sociais, importa primeiro que tudo que possua uma visão reflectida dos fins gerais da sociedade humana e de todos os elementos que condicionam a sua evolução.

Não que ele deva ser competente em todas as matérias das ciências jurídicas, económicas e outras, mas que elas lhe possam trazer um útil complemento de informação.

Mas é-lhe preciso adquirir uma ideia pessoal e suficientemente profunda das leis naturais que governam o homem e rege a sua actividade como indivíduo e como membro dos diversos grupos sociais, em particular a família e a nação».

E mais adiante:

«É preciso dizer que (o engenheiro) não pode sòmente ver (no trabalhador) um produtor de bens, mas que é preciso tratá-lo como um ser espiritual que deve ser enobrecido pelo seu trabalho e que espera dos seus chefes, mais ainda que dos seus iguais, o conhecimento das suas necessidades e uma simpatia verdadeiramente fraternal».

O Prof. Eng.º Ferreira Dias, em 1941 (17), escrevia:

«O engenheiro tem um importante papel social que de nunca deve esquecer-se, melhorar as condições de vida dos seus subordinados e cuidar de defende-los nas suas aspirações legítimas; este aspecto social poderá incluir-se com proveito na preparação de todo o dirigente.

A todos interessa uma sólida cultura económica — de economia nacional e de economia mundial — ».

E o Prof. Vicente Ferreira, no seu discurso da reunião do curso de 1922, efectuada em Maio de 1939 (18), depois de verificar que o predomínio no Governo e na política, durante mais de um século, pertenceu aos bacharéis em Direito o que resultaria da sua cultura humanística e melhor conhecimento dos homens, encarecia a preparação lógico-experimental do engenheiro moderno e do seu conceito de «aproximação suficiente» que o afastava do empirismo do legista assim como do logicismo cego do matemático, pela correcção alternada e sucessiva de um pelo outro, o que o tornava mais apto do que ninguém para a arte de Organizar, sinónimo de arte de Governar e quanto a ele disciplina simultâneamente técnica e humana.

E depois de lamentar a preparação insuficiente que as nossas escolas técnicas davam aos seus alunos por carência do ensino de ciências político-sociais, terminou dizendo:

«Como hoje tive ensejo de lhes recordar, a primeira «matéria-prima» sobre que um dirigente tem de actuar e que é a base insubstituível de toda a produção, é o «Homem».

Pois no Instituto (Superior Técnico) onde se preparam os técnicos que hão-de utilizar as forças físicas e psíquicas das massas humanas, «o Homem» não é estudado.

Se tivermos em conta a função social do engenheiro tal como pretendi defini-la, aparece em toda a sua evidência a necessidade dele conhecer não só o homem organismo ou o homem máquina; mas, o homem psíquico, célula ou unidade componente dos agrupamentos sociais primários e da própria nação.

Eis porque, desde há muito, eu preconizo que na preparação dos engenheiros se incluam duas novas disciplinas: a «Sociologia» e a «Organização científica do trabalho» embora para tanto se sacrifiquem algumas cadeiras puramente técnicas.

---

(16) *Revue Responsables*, de Março de 1954.

(17) *Técnica* n.º 121, de Junho de 1941.

(18) *Técnica* n.º 103, de Junho de 1939.

Evocando a minha experiência pessoal, devo declarar que nunca me lamentei das insuficiências de preparação técnica, porque sabia como supri-las; mas queixei-me sempre da minha profunda ignorância da arte de dirigir homens e do não menos profundo desconhecimento dos princípios elementares do Direito e da arte de interpretar as Leis e de aplicá-las correctamente, como é indispensável para viver numa sociedade que, apesar de tudo, ainda se rege pelos conceitos abstractos do «Bem», do «Direito» e da «Justiça».

Esta é a minha confissão no fim de 40 anos de uso de pouca ciência de engenheiro que estudei».

Finalmente, dezasseis anos depois os Votos do Prof. Vicente Ferreira têm realidade. Esperemos que os seus realizadores não traiam a confiança e o carinho com que homens da «estatura» dos que citamos olham a sua acção.

O autor, no seu opúsculo «A Missão Social dos Engenheiros» (19), completava a ideia acima, dizendo (pág. 15):

«O engenheiro executará a sua missão social na medida em que der sentido à aplicação das leis físicas, dos materiais e das máquinas para engrandecer — e não diminuir — o Homem — e pela forma como utilizar os «Homens-factores de produção» encarecendo — e não aviltando — a sua dignidade.

Para isso (pág. 62) é necessário laboriosa e paulatinamente subir degrau a degrau a escada formada pela clara definição dos objectivos económicos dos indivíduos e da sociedade, do fomento da riqueza nacional, da generalização do salário suficiente, da defesa da segurança indivídual; alicerces do edifício da vida sadia dos homens, sem o que as sociedades não terão estabilidade. Mas a escada continua: procurando o progresso da valorização dos indivíduos, a satisfação social (oposta ao sentimento de segregação social), de prazer no trabalho (entusiasmo pela profissão e amor à empresa) indispensáveis à eficiência do indivíduo, que culminam no exercício da Caridade em todo o seu significado Humano e Divino».

E isto implica o culto de uma ciência que nos tempos edonistas de hoje é por vezes olhada como velharia sem interesse: A Deontologia ou Ciência do Dever.

Felizmente algumas vezes se levantam vozes como a do Prof. Dr. Vaz Serra na sua Tese ao 1.º Congresso da J. U. C. em 1953, exigindo a criação de Cursos de Deontologia em todas as Faculdades ou Escolas Superiores, no que foi secundado por numerosas comunicações como a do Eng.º Nuno Abecassis, o que se condensou na conclusão n.º 14 desse notável encontro.

— Devem estudar-se em todas as Escolas Superiores os problemas relativos à deontologia e às responsabilidades sociais das respectivas profissões —.

Mas a lista das citações não pode terminar ainda (20).

O Eng.º Mercier Marques, afirma:

«Para o bom desempenho da sua missão é indispensável que o técnico fabril reuna às qualidades que a engenharia exige a todos os seus candidatos, algumas outras — não menos importantes — que permitam o seu equilíbrio estável entre os que têm de lhe obedecer e aqueles de quem recebe ordens.

«De pouco serviria ao Engenheiro uma boa preparação técnica, se ele não puder ou não souber adaptar-se à vida da colmeia humana (a fábrica ou estaleiro) em que a sua acção tem de se desenvolver;»

e ainda:

«O engenheiro tem de ser, sobretudo, Humano,»

e termina dizendo:

«A missão do engenheiro na indústria está longe de ser puramente técnica.»

No que concorda com o Professor da Escola Especial de Madrid, Eng.º José Luiz Musquiz (21) que afirmou:

---

(19) Conferência em 17 de Maio de 1948, no salão da Acção Católica.

(20) *Técnica* n.º 162, de Fevereiro de 1946.

(21) *Técnica* n.º 169, de Dezembro de 1946.

«No podemos ser «teoricos formidables» que tratemos de forjar un mundo quimérico a nuestro gusto prescindindo de la realidad». «El ingeniero ha de tratar com hombres y por tanto ha de ser ante todo muy humano.»

— Ideias retomadas pelo Prof. Eng.º Abecassis Manzanares no discurso de boas-vindas aos novos alunos, em 17 de Novembro de 1952 (22).

«Compete-nos a nós engenheiros», pela aplicação de uma técnica humanística obter a reconciliação dos progressos material e espiritual através duma redescoberta da pessoa humana, na sua dignidade e no seu prestígio.

Eis o que caracteriza a vocação do Engenheiro na hora actual.

A técnica, base indiscutível e indispensável do progresso material da civilização actual tem porém de encarar o seu papel num campo mais amplo:

Ela não existe como um fim em si mesma, mas como um meio de conseguir determinados objectivos e estes não podem conduzir à escravização da pessoa humana, antes pelo contrário.

É à engenharia, como classe dirigente, por estranho paradoxo, que compete manter o seu inconformismo perante o domínio da máquina e da técnica e defender a pessoa humana no que ela tem de mais precioso: a sua dignidade.

É indispensável que ao lado da cultura e preparação técnica seja facilitada aos futuros engenheiros em grau suficiente: uma nítida compreensão das questões económico-sociais».

Esta mesma necessidade a sentiu o Eng.º Cassio Silva que no ano de 1943/44 e seguintes regeu a cadeira de Contabilidade de I. S. T., actualizando-a e modernizando-o, e que confessa (23) ter achado indispensável entrar francamente no campo da organização industrial e até da sociologia.

Idêntico facto se deu com o autor, dez anos depois, que ao reger pela primeira vez a mesma cadeira no ano escolar de 1953/54 lhe pareceu necessário fazer proceder o ensino da Técnica Administrativa de uma larga introdução Sociológica e dos problemas económico-sociais resultantes do aumento da Produtividade (24).

No relato que o Eng.º Vasco Costa fez do seu estágio na Faculdade de Engenharia de Cornell, N. Y. — U. S. A. — pode ainda ler-se (25).

«É posto o maior cuidado em desenvolver no aluno hábitos de trabalho e espírito de iniciativa, e é dada grande importância à preparação social do engenheiro para que ele fique apto a compreender problemas políticos e humanos e possa vir a ser, pela vida adiante, além de um bom engenheiro, um bom cidadão.

«Em Cornell são facultativas as cadeiras correspondentes às nossas Construções Civis, Estradas, Caminhos de Ferro, Trabalhos Marítimos e Hidráulica Agrícola, mas são obrigatórias as de Redacção de Inglês, Oratória, Orçamentos, Organização, Direito, Finanças, Higiene e até Psicologia para os alunos de Química».

Por último não quero deixar de me referir à Contribuição à Reorganização do I. S. T. da Associação dos Estudantes, relatada pelo então aluno Eng.º Nelso Montes, donde extraio as luzes mais relevantes para o nosso problema (26):

«A — *Dos planos de estudo:*

«Nas matérias versadas no Instituto devia encarar-se a possibilidade da inclusão de cadeiras humanísticas e sociais com o fim de desenvolver nos futuros engenheiros a cultura integral de todos os seus predicados espirituais (inteligência, vontade, senso moral e sentido estético) e ao mesmo tempo incutir-lhes a noção da sua missão social.

(22) *Técnica* n.º 227, de Dezembro de 1952.
(23) *Técnica* n.º 148, de Junho de 1944.
(24) *Técnica* n.º 249, de Fevereiro de 1955.
(25) *Técnica* n.º 182, de Abril de 1948.
(26) *Técnica* n.º 212, de Maio de 1951.

In «General education in a free society — pelo Haward Comittee — 1945 — a comissão propõe que o curso de humanidades se intitule «grandes textos da literatura».

— O aspecto essencial das humanidades é a filosofia da vida que elas nos ensinam. É esta a sua lição de maior interesse, mais ainda do que a sua literatura, sobretudo em circunstâncias como as actuais em que se carece de um ideal definido da vida.

O ensino da engenharia tem também um fim social. — Por isso julgamos necessária a inclusão nos programas de um curso de ciências sociais que pusesse os alunos em contacto com a realidade nacional nos aspectos social e económico.

Os engenheiros que possuissem esta formação (social) ficavam aptos a viver no mundo actual e compreenderiam que a sua responsabilidade para com a humanidade transcende os limites da sua profissão.

Não se deve esquecer o facto de o Instituto, ser uma instituição pública que deve contribuir não só para a educação daqueles que nele estão directamente interessados, mas deve ser um meio atento e eficaz de elevar material e moralmente toda a nação.

Assim, o título IX da Constituição Política declara: «O ensino ministrado pelo Estado visa, além do rivigoramento físico e do aperfeiçoamento das faculdades intelectuais, à formação do carácter, do valor profissional e de todas as virtudes morais e cívicas, orientadas aquelas pelo princípio da doutrina e moral cristãs, tradicionais do País».

À publicação da «Contribuição» seguiu-se um inquérito a que responderam vários engenheiros e de que também extraio os seguintes passos (27).

Dizia um engenheiro:

«Entendo indispensável que no curso de engenharia se professem as matérias seguintes, no sentido de aperfeiçoar a formação humana e social do engenheiro:

— Economia — Noções gerais, antigas e actuais correntes e teorias — Noções de economia mundial e economia nacional.
— Direito industrial — Legislação, marcas e patentes.
— Finanças — Noções genéricas.
— Contabilidade — Noções gerais e aplicação à contabilidade industrial.
— Trabalho — Legislação; relações entre operários e patrões, organização do trabalho.

Outro engenheiro:

«Dentro da economia política e da sociologia, julgo que se torna necessário organizar uma cadeira, essencialmente formativa que integre os engenheiros na noção de que o exercício da sua profissão torna possível o progresso social.»

O Eng.º José Henriques Arandes: (28)

«A educação técnica deve ser a fundamental no Instituto, mas realmente esta deve ser completada com uma certa educação geral — (a orientação deve ser a de) formar, *antes de mais nada*, técnicos, mas corrigir e completar até onde for praticável fazê-lo no Instituto a sua formação social como homem».

Mais importante ainda do que o estudo dos grandes textos da literatura, considera o ensino de ciências sociais, que deveriam dar ao engenheiro uma visão dos principais problemas que se colocam na vida nacional e internacional, da evolução social e económica da humanidade desde os tempos antigos até aos nossos dias e do papel nela desempenhado pela técnica, a fim de que o profissional podesse ter uma ideia o mais clara possível da sua função e responsabilidades sociais.

---

(27) *Técnica* n.º 220, de Março de 1956.
(28) *Técnica* n.º 218, de Janeiro de 1952.

— Note-se que esta opinião do Eng.º Arandes já em 1948 numa tese apresentada ao 2.º Congresso de Engenharia era perfilhada pelo Eng.º Francisco de Mendonça Lino Neto (29) ao dizer:

«É evidente que o que indicamos sob a designação de formação económico-social (do engenheiro) exige conhecimentos sólidos de economia, organização e até psicologia aplicada.

Não se trata de uma preparação completa, teórica e sistemática como para os respectivos especialistas. Tudo deverá ser enquadrado dentro do ambiente da vida industrial.

— Não se trata de um suplemento de conhecimento fora da vida industrial, mas antes de uma interpretação económica, social e humana dos problemas do engenheiro».

Nessa mesma tese o Eng.º Lino Neto exemplificava alguns dos grandes capítulos desta preparação.

1) Organização industrial. 2) Salários. 3) Apetrechamento. 5) Possibilidades industriais.

Não será inoportuno dizer que o Prof. Eng.º Luís Alves na sugestão para reorganização do curso geral do I. S. T. em 1949 (30) entendia que essa preparação devia abranger: Finanças, Direito industrial e de trabalho, Administração, Análise do Preço do Custo, Organização de Armazens. Contabilidade, Bens de produção e de consumo. Nível de vida. Panorama Industrial mundial e Nacional, Salários, Organização científica do trabalho, Doutrinas económicas, Coordenação económica, Higiene Industrial.

Por último citaremos novamente o parecer da Ordem dos Engenheiros, sobre a Reforma do Ensino de Engenharia (31) em que advoga a transformação das cadeiras de Economia Política em Economia, Contabilidade e Administração em Organização e Administração e na preocupação de não sobrecarregar os horários, recomenda a criação de Cadeiras Facultativas, como História da Ciência e da Engenharia-História das Artes — Organização de quadros e psicótécnica — Sociologia — Geografia humana — designações que aponta a título exemplificativo.

3) As cadeiras especialmente formativas no elenco das escolas e seu Sumário geral.

Se olharmos o plano pedagógico dos diferentes cursos do I. S. T., publicado em Novembro de 1955, notaremos que depois de excluídas as cadeiras de Ciências e Técnicas de Base e das Técnicas especializadas (somando na totalidade nos 6 anos, na média dos cursos, 179 horas semanais) encontramos três cadeiras de cultura geral, somando na totalidade 9 horas semanais; ou seja 5 % do tempo lectivo.

Estas cadeiras, são:

a) Sociologia Geral (Questões morais e sociais relacionadas com a técnica) — 3 horas de aulas teóricas no 2.º ano para os cursos de Civil, Mecânica e Electricidade e no 3.º ano para os cursos de Química e Minas.

b) Economia — 2 horas de aulas teóricas no 5.º ano.

c) Organização e Administração — 2 horas de aulas teóricas e 1 aula prática de 2 horas, no 6.º ano.

Este plano vem aumentar apenas de 1 hora o tempo dado às cadeiras de cultura geral em relação ao plano anterior, pois as três horas da nova cadeira de Sociologia correspondem a 1 hora a menos em Economia e a 1 hora a menos na Administração.

(29) *Técnica* n.º 192, de Maio de 1949.
(30) *Técnica* n.º 190, de Março de 1949.
(31) *Boletim* n.º 21 — IV — 1 de Novembro de 1955.

O novo plano traz, porém, a vantagem muito apreciável de escalonar a matéria por três anos, embora não sucessivos (o que é pena), o que permite estruturar as três cadeiras, estreitamento interdependentes, numa boa sequência pedagógica. Verifica-se ainda que a percentagem de tempo lectivo destas cadeiras sobe de 3,3 % para 5 % (anteriormente 8 horas em 240 horas).

Da soma de opiniões apresentada — quase todas de distintos engenheiros com prestigiosas folhas de serviço, como Ministros da Nação, Directores de Faculdades, Chefes de Serviço e actuais ou antigos Professores — podem tirar-se as seguintes conclusões:

1.º) Que a formação ético-económico-social dos futuros engenheiros é tão importante como a preparação técnica.

2.º) Que esta preparação não deve ser feita pela informação teórica de preceitos deontológicos, de cultura sociológica ou económica, mas pela relacionação de dados morais, sociais e económicos ìntimamente ligados à vida de actividade técnica que espera o futuro engenheiro.

3.º) Que dada a inter-dependência dos três aspectos referidos, cada vez mais íntima no mundo moderno, as três cadeiras não se devem considerar independentes, mas etapas de uma mesma formação.

4.º) Que esta formação tem por objectivo preparar dirigentes e principalmente os Chefes das comunidades humanas, que são as oficinas, os estaleiros, os gabinetes de estudo, e chamar-lhes a atenção para a sua eminente responsabilidade social.

5.º) Que um bom dirigente e chefe respeitado, deve ter uma profunda cultura «humana», alicerçada sobre o respeito intransigente da «dignidade da pessoa humana» e conhecimento preciso dos Homens e das suas relações em Sociedade.

6.º) Que o critério de formação que mais interessa ao engenheiro do século XX é o lógico-experimental, fugindo por igual ao doutrinarismo e às construções rìgidamente lógicas, professadas ex-catedra, como ao empirismo de uma prática desintelectualizada; logo este ensino deve fazer apelo, tal como o técnico, à investigação pessoal do aluno. (Como se justificará mais detalhadamente no seguimento).

À luz do que foi dito interpretamos como se segue as designações oficiais:

a) *Sociologia Geral* — não no sentido académico e usual de: «definição, classificação e estudo abstracto dos fenómenos sociológicos», mas na apreciação geral das facetas sociológicas que interessam ao engenheiro, mero título, cujo conteúdo são as:
Questões sociais e morais relacionadas com a técnica — e que elucida deverem ser tratadas: 1) questões resultantes da presença do Capital, do Trabalho e do Estado, na gestão da indústria moderna; 2) os problemas humanos decorrentes dos esforços para o acréscimo da produtividade; 3) os problemas deontológicos do engenheiro nas suas relações com os colegas, os subordinados, os clientes ou empregados, o Estado, etc.

Estes são na nossa opinião as fontes mais importantes de problemas sociais e morais a resolver pelo engenheiro.

b) *Economia* — Aspectos de economia aplicada à produção, circulação e consumo dos mais importantes produtos interessando à economia mundial e nacional.

Mecanismo dos preços — Aspectos do equilíbrio dos mercados e das empresas.

c) *Organização e Administração* — Organização industrial — Organização científica do trabalho — Higiene industrial e Noções de Fisiologia e Psicologia necessárias para a compreensão do anterior. — Organização administrativa das empresas — Controle Contabilístico. — Preços de custo — Comércio Geral — Noções de Finanças e Viabilidade Industrial.

De posse desta interpretação, o seguinte esquema das cadeiras em causa, parece adequado:

NOTA: No presente esquema as diferentes alíneas não estão desenvolvidas com igual profundidade. Para não alongar são designadas por simples títulos as matérias cujo conteúdo é do conhecimento geral e apenas detalhadas aquelas sobre cujo significado poderá haver maiores dúvidas. Os números entre parênteses referem-se à numeração dos «Assuntos de Interesse para o Administrador de Empresas», publicado na «Técnica» de Fevereiro de 1955.

1.º Ano — SOCIOLOGIA

CAP. I — *Introdução* (001, 050 a 073)

1) — O interesse da formação ético-económico-social para os engenheiros — Missão da Universidade.
2) — Alguns temas de cultura geral; Organização do trabalho intelectual — Ficheiros — Técnica de Redacção e Exposição Oral — Seminários de Estudo.

CAP. II — *Noções gerais de Sociologia* (611 a 615)

1) — Interpretações actuais da designação «Sociologia».
2) — Relações da Sociologia com as outras Ciências Sociais.
3) — Pequena história da evolução do pensamento sociológico.
4) — Características do facto sociológico. Formas de sociabilidade, Agrupamentos e Sociedades.
5) — O equilíbrio entre a Filosofia Social e a Sociografia.
6) — Métodos da Sociografia Moderna. Inquérito. Sondagens.
7) — A Acção Social, objectivos práticos em Portugal.
8) — Pontos Práticos de Sociografia para Engenheiros.

CAP. III — *Organização Social no mundo da indústria* (620 a 624)

A — *A propriedade e o trabalho*

1) — História das relações entre a Propriedade e o Trabalho.
2) — Fundamento do direito de propriedade. Sua função social. Distinção entre Domínio, Posse, Uso e Disposição.
3) — Evolução do conceito de propriedade. Formas actuais de propriedade.
4) — O trabalho como Direito e como Dever em relação à Pessoa e à Sociedade.
5) — O salário e outros sistemas de remuneração — Origem económica e fim social do salário — Técnicas polinómias de salário (890 a 894).

B — *As Instituições*

1) — As Pessoas, A Comunidade e o Bem Comum.
2) — Distinção entre Domínio Público e Domínio Privado — História da sua evolução.
3) — O Associonismo no mundo industrial. Integração horizontal. Integração vertical.
4) — As experiências liberais.
5) — As experiências de economia dirigida e coordenação das empresas no campo económico e social.
6) — O Corporativismo Português.

C — *A Empresa*

1) — Os tipos de Empresa.
2) — Remuneração dos elementos integrados na Empresa.
3) — Repartição das remunerações.

CAP. IV — *Direito Industrial e do Trabalho* (710 a 760)

1) — Noções Gerais de Direito e de Mecânica das Leis.
2) — Código Comercial e Legislação Complementar.
3) — Código Civil e Legislação Adicional.
4) — Legislação sobre Propriedade Intelectual e Propriedade Industrial. Marcas e Patentes.
5) — Legislação Fiscal — Principais Contribuições e Impostos.
6) — Legislação do Trabalho.
7) — Inspecção e Condicionamento Industrial.
8) — Organizações Internacionais ligadas ao Trabalho.

CAP. V — *Aspectos Sociológicos do Acréscimo de Produtividade* (110 a 119).

1) — Antecedentes da campanha de Produtividade.
2) — O que é a Produtividade.
3) — Função social da Produtividade. Progresso Técnico e Nível de Vida.
4) — Repercuções económicas e sociais do emprego dos factores de acréscimo da produtividade.

   a) Factores Técnicos
   b) Factores Materiais
   c) Factores Psicológicos.

5) — A Produtividade e a Repartição das Remunerações na Empresa.

CAP. VI — *Elementos de Filosofia Moral*

1) — A Consciência Moral.
2) — A Responsabilidade Moral.
3) — Fundamentos da Obrigação Moral.
4) — O Dever Social.
5) — Relação da Moral e da Economia.
6) — Fundamentos da Moral Profissional.

CAP. VII — *Deontologia Profissional*

1) — O que é ser Engenheiro.
2) — O Engenheiro e os outros colaboradores da obra de Engenharia.
3) — Código Moral do Engenheiro.

   a) O Engenheiro e a consciência da sua Missão.
   b) O Engenheiro perante Si mesmo, o Bem Comum da Sociedade, a Ciência e a Técnica, o Estado e as Leis, o seu Grémio Profissional, os seus Clientes e Patrões, os Subordinados e os Colegas.
   c) O Segredo Profissional.
   d) O Engenheiro factor de Renovação da estrutura da Empresa.

2.º Ano — ECONOMIA (810 a 880)

3.º Ano — ORGANIZAÇÃO E ADMINISTRAÇÃO

CAP. XX — *Administração*

1) — A tarefa dos administradores de empresas (001, 021 e 022).
2) — Revisão dos factores de acréscimo da Produtividade (116 a 118).
3) — Normalização (120 a 125).
4) — Administração (200 a 266).

CAP. XXI — *O Homem Fisiológico* (410 a 433)

1) — Noções de Higiene Geral e Fisiologia.
2) — Higiene industrial.
3) — Estética industrial.
4) — Segurança no trabalho.
5) — Seguros e Previdência.

CAP. XXII — *O Homem Psicológico* (510 a 536)

1) — Psicologia.
2) — Pscotécnica.
3) — Publicidade.

CAP. XXIII — *Organização* (311 a 352)

1) — Organização científica das industrias.
2) — Organização científica da Oficina.
3) — Organização científica da Tarefa.
4) — Quantificação do Trabalho.
5) — Qualificação do Trabalho.
6) — Relações Humanas.

CAP. XXIV — *Comércio Geral e Finanças* (170 a 972)
CAP. XXV — *Contabilidade Geral e industrial — Orçamentos* (910 a 965)
CAP. XXVI — *Viabilidade Industrial* (980 a 988)

4) Sugestões para a orientação dos cursos

Se relermos cuidadosamente as opiniões atrás recolhidas verificamos que o ensino das Disciplinas em causa depara com um escolho grave (se quisermos atingir plenamente o objectivo) a memorização de certas noções superficiais, sem aprofundamento do seu conteúdo.

As cadeiras em que não há aulas práticas onde o Professor possa dialogar e conviver intelectualmente com os alunos, podem transformar-se, para a maioria dos alunos, num tedioso decorar dos «pontos» prováveis ou seja de uma série de respostas a dar às perguntas habituais nos dois exames escritos anuais e no exame oral, que não poderá ser muito longo, dado que a frequência destas cadeiras ultrapassa a centena de alunos.

A intenção da Nova Reforma é boa a este respeito como pode ler-se no preâmbulo:

«Distribuem-se as disciplinas pelos diversos anos dos cursos e fixa-se para cada uma o número semanal de horas de aula por forma a não se ameaçar de asfixia a existência física e intelectual do aluno.

Não houve a preocupação de *facilitar*, nem a de estimular a tendência para o menor esforço; houve sim, a preocupação de criar condições indispensáveis para o estudo sério e eficiente e a de tornar possível que o aluno para lá da letra dos programas escolares cuide de apurar a sua cultura geral e a sua formação literária e de assegurar o seu desenvolvimento físico. Com cinquenta horas de aula por semana, ao estudante mal fica tempo para folhear apressadamente os apontamentos das lições: todo o indispensável esforço de assimilação, de reflexão e de crítica lhe é vedado».

Plenamente de acordo. Porém, como verificar se é isso que realmente acontece? Como evitar a velha caricatura do Aluno e do Professor que se encontram pela primeira vez no Exame final? (Nas disciplinas em que não há aulas práticas, e onde as teóricas são facultativas).

A este caso particular certamente não se aplica a doutrina da Circular «muito importante» do Director do I. S. T., de 21 de Dezembro de 1955, que proíbe que se passem aos alunos trabalhos práticos que não possam ser normalmente executados dentro das horas fixadas nos horários.

Nas «notas pedagógicas» que acompanham o sumário do nosso curso de Administração de Empresas pode ler-se:

«Far-se-á um apelo aos alunos para superar os vícios de uma «pedagogia passiva» baseada na aptidão receptiva, para a substituir pela «pedagogia activa», que pretende que se «viva» tanto quanto possível a matéria a estudar e se dê largas à capacidade de iniciativa e realização.

Numa matéria tão vasta como a que se pretende abordar, o Professor será mais um sugestionador de ideias e problemas do que um informador.

Dar-se-á por feliz se conseguir criar a «ansiedade do conhecimento» pondo o aluno na «pista» desse conhecimento, mas deixando que ele o adquira por si.

O objectivo do curso será a Sabedoria e não a Ciência; isto é, a educação da inteligência e do critério, o que supõe uma forte actividade da primeira e exercício do segundo e não a recolha passiva da verdade.

As aulas seguirão, em relação a cada tema, três ciclos sucessivos. No primeiro — *informativo* — onde será feita a exposição da matéria e fornecidos elementos bibliográficos necessários para dominar; no segundo — *esclarecedor* — procurar-se-á tornar a matéria completamente clara, esclarecendo as dúvidas e corrigindo os pontos de vista dos alunos; no terceiro — *de aplicação* — procurar-se-á aplicar os conhecimentos adquiridos a casos concretos da vida real.

Este terceiro ciclo forçosamente saltará fora do período escolar. É constituído por leituras, observações e visitas; elaboração e utilização de um ficheiro e finalmente redacção de uma dissertação.

Caberá novamente dentro do horário escolar a apreciação colectiva e discussão dos pontos de vista apresentados na dissertação. (Ver atrás parecer da Ordem dos Engenheiros, no princípio do capítulo 2).

Esta forma de proceder, além de ser a única forma viável de consciente apreciação dos alunos, é para eles um tirocínio precioso de organização do trabalho intelectual, prática de redacção e defesa pública de um ponto de vista.

Estas últimas aulas, chamadas na Alemanha, de Seminário, funcionam da seguinte forma: (32)

Uma vez por semana, há uma aula com a duração máxima de duas horas e que consta de duas partes distintas:

Na primeira, um estudante faz a leitura de um trabalho pessoal, escolhido de uma lista de temas marcados no inicio do curso e obrigatórios para todos os estudantes. A apresentação da Dissertação (Referat) satisfatória, é condição indispensável para a obtenção de frequência.

---

(32) *O Pensamento Católico e a Universidade* — pág. 356.

Durante a segunda parte o professor incita os alunos a apresentarem críticas e ele próprio critica e dá conselhos sobre o plano adoptado e ao desenvolvimento do tema.

Este regime de trabalho foi objecto de uma conclusão do Congresso da J. U. C., de 1953, a 20.ª que assim está redigida:

«É insuficiente o ensino baseado quase exclusivamente em prelecções magistrais.

Urge um sério esforço destinado a renovar os métodos de ensino universitário, pela estruturação em novos moldes das aulas teóricas e práticas, de modo a conseguir-se um contacto frequente e proveitoso entre professores e alunos».

Nos cursos, objecto das nossas preocupações, o regime de dissertação e seu comentário, parece-nos indispensável como elemento pedagógico e de justiça na apreciação escolar. Para isso um dia de aulas por semana, no 2.º semestre, poderia ser reservado à discussão das dissertações.

É objectivo dos Cursos de Sociologia, Economia e Organização, preparar os Homens e os Chefes, que amanha terão influência dominante na vida da Nação e por isso a sua orientação pedagógica deve ser objecto de larga audiência.

O auxílio de uma opinião pública esclarecida será de enorme importância e influência no seu rendimento pedagógico.

Aqui se lhe faz apelo. Às críticas, às sugestões, às censuras e... porque não, aos incitamentos e aos aplausos.

EMPRESA NACIONAL DE APARELHAGEM ELECTRICA

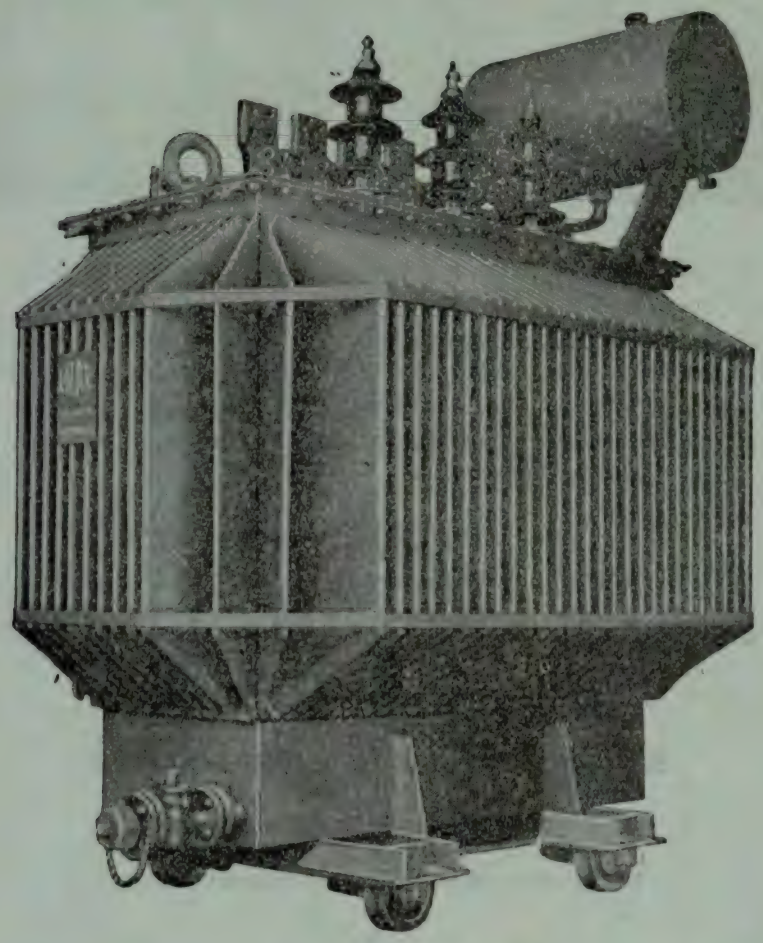
S. A. R. L.

AV. 24 DE JULHO, 158 — LISBOA

TRANSFORMADORES

ENAE

Licença SIEMENS-SCHUCKERT



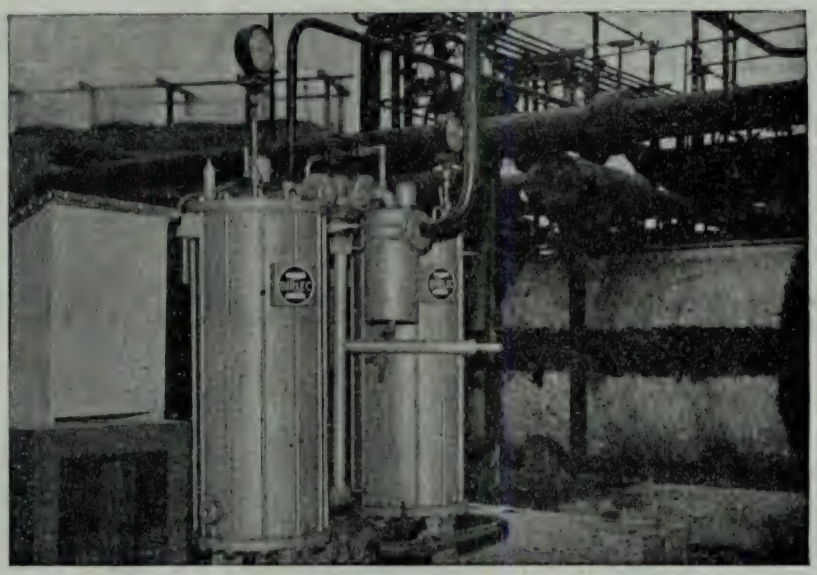
Tipo sKOU 753w/20, de 750 kVA, 15.000 ± 2,5 ± 5 % V / 400-231/V, ligações Dy 5
construído para a Central da Bouçã, da H. E. Z.

GAMA DE POTENCIAS: 5 a 1000 kVA — TENSÕES ATE 35 KV

Obedecendo às regras VDE 0532 para transformadores

Séries normal e rural, de perdas reduzidas, e especial, de perdas extra reduzidas

LECTRODRYERS-BIRLEC



... os exsicadores mais eficientes e económicos que se fabricam para usos industriais. Os seus vários modelos foram estudados especialmente para a extracção de vapor de água do ar e outros gases, assim como de certos líquidos orgânicos. Esta operação é realizada sem a utilização de produtos corrosivos ou dispendiosos, e, sem quaisquer mecanismos que necessitem de assistência e manutenção. A única despesa de funcionamento resume-se na corrente eléctrica ou vapor necessários para a reactivação do material absorvente.

BIRLEC BIRLEC **LIMITED**

BIRMINGHAM — Inglaterra

*

Peça detalhes aos Representantes:

Ahlers, Lindley, Limitada

Rua Ferregial de Baixo, 33-2.º
LISBOA
Telef. 2 1321/4

Palácio do Atlântico, 408
Praça D. João I
PORTO — Telef. 3 1414/5

C. D. U. 552 (469)

PETROGRAFIA DO CONTINENTE PORTUGUÊS [1]

POR C. TORRE DE ASSUNÇÃO

Ao ter que abordar um tema tão vasto como o que me foi proposto — Petrografia do Continente Português — encontro-me òbviamente numa posição de alternativa: ou tentar, ainda que de modo muito superficial, uma vista de conjunto sobre a nossa petrografia, ou, ao invés, seleccionar dois ou três assuntos capitais, na Petrologia actual, onde se possam enquadrar problemas portugueses, com interesse para o pessoal superior da Direcção-Geral de Prospecção da Junta de Energia Nuclear. Optei pela segunda orientação e eis o motivo porque vou deligenciar desenvolver algumas considerações, em particular sobre os problemas seguidamente enunciados:

1) — Magmatismo, migmatismo e rochas granitoides.
2) — Os cortejos filonianos relacionados com as grandes intrusões, ou com outras grandes formações de rochas ortodoxamente consideradas como eruptivas.

* * *

Uma visão, ainda que rápida, do estado actual da Petrologia não deixa dúvida quanto à fase crítica que esta ciência está atravessando. Numa reunião, há poucos anos realizada, promovida pela Sociedade Geológica Norte-Americana, reunião a que assistiram muitas das mais representativas figuras da Petrologia actual, tanto da Europa, como da América, verificou-se a dificulculdade, para não dizer a impossibilidade, de se estabelecer o necessário acordo quanto a certos conceitos, tão essenciais como, por exemplo, o de *granito*. Magmatistas e tranformistas afrontaram-se com rudeza, não desejando, muitas vezes, ceder sequer uma polegada do terreno em que se colocaram. Não se deve no entanto duvidar de que se acabará por atingir uma situação em que as grandes sínteses serão possíveis, mesmo entre teses aparentemente inconciliáveis, tal como tem acontecido noutros domínios do conhecimento humano.

As rochas da crusta terrestre não são, como em tempos se admitiu, entidades estáticas e petrificadas. É actualmente bem conhecido que nelas se passam fenómenos complexos e variados de fracturação e subsidência, de contracção e expansão, ou ainda de fusão total ou parcial, de refusão, assimilação, emanações gasosas, migrações em meio sólido, etc. A variabilidade e a complexidade de tais fenómenos fazem com que a Petrologia se torne, cada vez mais, um campo de aplicação das doutrinas básicas e dos métodos experimentais da Química-Física. E, deste modo, os raciocínios petrológicos são, com grande frequência, orientados pelas leis fundamentais das Ciências Físicas, como a lei das fases, a de Le Chatelier, a de Guldberg e Waage, e os princípios da Termodinâmica. Compreende-se, assim, que as interpretações petrológicas se desenvolvam preferentemente sob o signo do quantitativo e que toda uma série de técnicas tenha sido criada e desenvolvida para esse fim: determinação dos *modos* pela platina integradora; análises químicas quantitativas; métodos radiográficos para a medida dos parâmetros das redes cristalinas, etc.

No estado actual da Petrologia, parece naturalmente indicado que se aceitem várias origens para os granitos ou, mais geralmente, para as rochas granitoides. É, na verdade, essa a posição que vão assumindo os cientistas que conseguem emancipar-se às rígidas doutrinas desta ou daquela escola. Admite-se pois que as rochas granitoides possam ser magmáticas ou migmáticas (ou de anatéxia), conforme os casos. O domínio mais

[1] Conferência proferida perante os engenheiros e licenciados da Junta de Energia Nuclear.
O texto acabado de apresentar contém não só a exposição feita em 21 de Março de 1956, como algumas outras considerações que, por falta de tempo, não puderam ser expostas.

legítimo do magmatismo é, além do das rochas lávicas, o das pequenas intrusões, onde a diversificação petrográfica tantas vezes se pode explicar pela doutrina da *cristalização fraccionada*, com a correlativa separação gravítica. É a teoria, grata a Bowen e à escola geofísica de Princeton, que procura interpretar a geração das rochas âcidas (graníticas) como o resultado da cristalização fraccionada do magma basáltico, com base no já clássico sistema SiO_2—OMg. Bowen e os seus colaboradores estabelecem experimentalmente que um banho com e composição SiO_3Mg (mineralògicamente enstatite ou clinoenstatite), ao consolidar, não gera inicialmente cristais de clinoenstatite, mas sim cristais com a composição SiO_4Mg_2, isto é de *forsterite* (olivina magnesiana). O banho residual ficará portanto enriquecido em sílica, relativamente à sua composição primitiva, desde que os cristais de forsterite escapem à reacção $SiO_2 + SiO_4Mg_2 = 2SiO_3Mg$, denominada efeito de *Bowen-Andersen*. Ora a persistência daqueles cristais pode, de facto, verificar-se, como resultado de várias causas: *a*) — separação gravítica que removerá a forsterite do contacto com o líquido silicatado; *b*) — arrefecimento, suficientemente rápido, impedindo que se dê o efeito de Bowen-Andersen; *c*) — formação de uma capa de forsterite, envolvendo um núcleo de clioenstatite, o qual, deste modo, escapará ao citado efeito.

Em conclusão, um líquido com a composição SiO_3Mg, que corresponde (se admitirmos uma ampla extrapolação até à natureza) ao magma basáltico, poderia, nas condições indicadas, gerar, como seu diferenciado, um resíduo rico em sílica, correspondente, na natureza, a uma rocha do tipo granítico.

Nem todos os magmatistas encaram como primário o magma basáltico, preferindo-lhe alguns o magma granítico. Estava naturalmente indicado que, a ter de se aceitar um só magma primário, se escolhesse entre os magmas que correspondem aos dois tipos de rochas largamente dominantes na crusta: o basalto e o granito.

A hipótese da interacção duma zona granítica com uma outra olivino-basáltica, dando rochas de composição intermédia (tholeeítica) é também posta por alguns autores como Kennedy.

Na Europa, onde o magmatismo entronca prinpalmente em Rosenbush, o suíço P. Niggli, recentemente falecido — o mais prestigioso chefe da escola magmatista dos nossos dias — põe a sua cultura químico-física, ao serviço da ciência das rochas, e estabelece uma sistemática dos tipos magmáticos, baseada em dados químicos, com a qual pretende abarcar todas as modalidades das chamadas rochas eruptivas.

Mas, ao lado das ideias magmatistas puras, surgem e evoluem outras, que acabam por conduzir à moderna teoria transformista, a qual representa o apogeu do anti-magmatismo, com a interpretação dos factos fundamentais da petrogénese, nos domínios do «eruptivo» e do «metamórfico», mediante o recurso às reacções no estado sólido (M. Roubault e R. Perrin).

Julgo que terá algum interesse evocar, ainda que ràpidamente, o curso das doutrinas em consideração. É bem certo que em todas as grandes descobertas e teorias, mesmo naquelas que parecem mais expontâneas, é sempre possível descobrir uma longa cadeia de percursores, mais ou menos obscuros e esquecidos. Já algures ouvi dizer que o «génio, esse monstro, acaba sempre por ter um passado». Ora de facto, há cerca de um século, Delesse escrevia no Bul. de la Soc. Géologique de France: «Les roches stratifiées peuvent se changer en roches métamorphiques et, lorsque le métamorphisme est trés énergique, elles passent même aux roches plutoniques les mieux caractérisées. Ainsi . . . dans les roches, à base d'orthose, le gneiss passe insensiblement au granite». Em continuidade com estas ideias, encontramos, em França, desde os meados do século passado, uma fecunda escola, onde através dos trabalhos de A. Michel-Levy, P. Termier, C. Barrois, A. Lacroix, etc., se defende a doutrina de que todo o magma granítico é acompanhado por uma auréola de emanações e soluções, que se insinuam nas rochas vizinhas e as impregnam de tal modo, que acabam por as *granitisar*. Esta penetração pelos chamados *mineralisadores* (as *colonnes filtrantes* de P. Termier) prepararia as rochas encaixantes para a sua total assimilação pelo magma granítico principal. Embora se admita ainda a existência dum magma granítico, defende-se, como se vê, nesta teoria, a transformação metassomática dos materiais circundantes das rochas granitoides, ponto de vista que levanta forte oposição, da parte das escolas petrológicas alemã e suíça. Não obstante tal reacção, as ideias metassomáticas revelam-se fecundas na interpretação dos «granitos» tão comuns, do tipo *difuso*,

i. e. não constituindo maciços bem delimitados. Elas encontram cada vez maior audiência, não só nos países nórdicos e na Inglaterra (com Sederholm, Eskola, Wegmann, Backlund, Holmes, Read, etc.), mas até nos países clássicos do magmatismo — Alemanha e América do Norte — onde as ideias em questão conquistam o apoio de cientistas como Erdmannsdörffer e Fenner.

* * *

O processo de granitização tem sido apresentado sob diversos nomes e através de variados mecanismos. Mas não é difícil verificar a continuidade de pensamento dos metassomatistas do passado e da actualidade. Assim o «ichor» de Sederholm e Eskola filia-se patentemente nas *colonnes filtrantes* de P. Termier. Simplesmente, este conceito de «ichor» tem uma significação mais compreensiva, pois representa um fluido complexo constituído quer pelas soluções e pelos gases, considerados clàssicamente, quer por uma entidade mais subtil, verdadeira nuvem atómica ou iónica, onde as partículas elementares existem libertas dos seus nexos estruturais. Tal nuvem, mobilizada pelos movimentos orogénicos, ou movendo-se activamente, quer dizer independente desses movimentos, será capaz de se insinuar até no interior das malhas das redes cristalinas. Desta sorte terá lugar um mecanismo de difusão iónica, que pode oferecer grande amplitude, o que se compreende desde que se comparem as dimensões dos diversos iões com as métricas dos espaços cristalinos. Veja-se, para concretizar as ideias em questão, o caso das redes dos silicatos cuja estrutura é, como se sabe, edificada sobre os radicais tetraédricos SiO_4. A distância silíco-oxigénio é da ordem de 2×10^{-8} cm e muitas das distâncias habituais entre aqueles átomos e os metálicos possuem valores semelhantes ou maiores do que aquela distância. Ora o diâmetro dos iões mais volumosos, como os de potássio, não excede $2{,}5 \times 10^{-8}$ cm e, para a generalidade dos elementos químicos, tais valores são bem menores. Nenhuma impossibilidade geométrica existe pois quanto à migração iónica através das redes cristalinas. Esta migração poderá ser uma causa importante, mesmo decisiva, da migmatização, chamando migmatitos, «sensu lato», àquelas rochas que resultaram da mistura dum «ichor» de origem interna com rochas preexistentes, como sedimentos, entre os quais o grupo xisto-argiloso ocupa um lugar de destaque.

* * *

Resumo seguidamente os mecanismos admitidos para a migmatização. Esta pode efectuar-se: a) por simples deposição dos fluidos nas fracturas; é o caso dos *diadisitos* de Jung e Rocques; b) por depósito leito a leito, com imbibição, que pode conduzir à fàcies ocelar (*embrechitos* de Jung e Rocques); c) por fusão do conjunto e mistura (é a sintexia de Loewinson-Lessing, que pode corresponder aos *anatexitos* de Jung e Rocques); d) por difusão em meio sólido (migração iónica) mecanismo há pouco referido, que pode levar à formação de novos edifícios cristalinos, ou simplesmente provocar a introdução interstecial de átomos ou iões nas redes cristalinas preexistentes. Como resultado final de todos estes mecanismos surgirá o *granito de anatexia*, o tipo mais avançado das rochas ultra-metamórficas.

Um problema se oferece muito naturalmente: o de saber quais serão, no espaço, os domínios da difusão iónica em meio sólido. Alguns casos concretos têm permitido chegar a conclusões bem definidas, particularmente no metamorfismo.

T. Barth cita um desses casos, cujo estudo permite fixar ideias sobre a questão apresentada. Trata-se duma concentração de andradite em torno duma inclusão de calcário cristalino, existente no granito. A andradite tem 25,9 % de óxidos totais de ferro, enquanto que, para o granito envolvente, a percentagem dos mesmos componentes é apenas 0,33. A concentração granatífera ocupa um volume de 10 m^3 ou uma massa de 37,5 t e contém 9,5 t de óxido de ferro. A sua geração pôs portanto em jogo nada menos do que 3.000 t de granito, ou seja uma esfera com cerca de 12,5 m de diâmetro. Não existem canais de alimentação, pois o granito é maciço e não é fácil conceber que seja permeável a quaisquer soluções. Há pois que aceitar uma difusão a distâncias não inferiores a 6 m.

Outro problema capital é o de se descobrirem os factores que originam as difusões em meio sólido. É evidentemente muito difícil detectar, de modo directo, as causas do fenómeno. Mas, do ponto de vista químico-físico, pode admitir-se que toda a difusão será consequência de gradien-

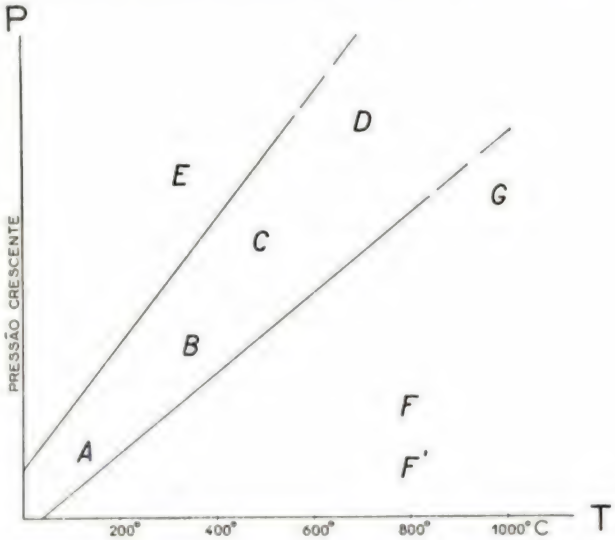
tes de pressão (para um mesmo nível), ou de temperatura, ou de composição química, ou ainda o resultado de outras diferenças no respectivo ambiente. Assim, uma espécie química (ião, átomo, molécula, etc.), existente numa rocha, tenderá a deslocar-se para os locais onde a sua *actividade* seja menor. A *actividade*, a que me refiro, deve ser entendida em sentido rigoroso e definida pela expressão $F_i = R\,T \ln a_i + F_i^o$ onde a_i é a *actividade* para uma dada espécie química *i*; F_i é a *energia livre* (*potencial químico* por mol, para a espécie i) susceptível, por sua vez, duma definição rigorosa, aliás bem conhecida; F_i^o a energia livre para um estado tomado como referência (padrão); *R* a constante dos gases perfeitos; e *T* a temperatura absoluta.

Pode-se sintetizar o fenómeno em questão, estabelecendo que o processo fundamental no metassomatismo (e na diferenciação metamórfica) é a migração dos átomos em direcção aos locais onde as suas actividades sejam menores, seguida da sua estruturação nesses mesmos locais, sob a forma das espécies minerais correlativas. Se se preferir falar em termos de *concentrações*, pode aceitar-se, segundo a lei de Fick, que a *velocidade de migração*, por unidade da área e de tempo, das partículas duma dada substância, seja proporcional à *concentração* dessa substância na direcção considerada.

* * *

Uma tentativa de relacionação de conjunto, entre os fenómenos de anatéxia e de metamorfismo, é traduzida por diagramas, como o que passo a apresentar (baseado no de H. Ramberg), onde figuram não só as fácies já clássicas do metamorfismo regional, como também o metamorfismo de contacto. Conforme se vê, procura-se integrar todos aqueles variados e complexos fenómenos no diagrama termodinâmico P T, considerando as condições físicas mais prováveis para as diferentes fácies.

Um método, que dá bem ideia da feição quantitativa dos estudos petrológicos modernos e que permite cingir, de perto, fenómenos dos tipos dos acabados de referir, é o que se baseia naquilo que denominarei o princípio da *isovolumetria* (T. Barth), aplicável especialmente às chamadas rochas eruptivas. Em qualquer transformação há evidentemente interesse em comparar massas de rochas com igual volume. Ora, em todas as chamadas rochas eruptivas, as tranformações têm lugar pràticamente sob igual volume, o que se compreende desde que se atente no seguinte: há (pelo menos em rochas cristalinas) um fortíssimo predomínio de oxigénio, no que toca ao volume da rocha; àquele elemento corresponde sempre nada menos do que cerca de 94 % do volume total. Para tirar proveito desta circunstância, T. Barth imagina uma *malha padrão (standard cell)*, a qual, para qualquer rocha cristalina, conteria 160 iões oxigénio e cerca de 100 iões dos outros elementos. A partir da análise quantitativa duma rocha é possível calcular o número de iões de cada um dos elementos (excluindo o oxigénio) contidos na malha-padrão. Referindo, deste modo,



A — Fácies dos «xistos verdes»
B — Fácies dos anfibolitos epidóticos
C — Fácies dos anfibolitos
D — Fácies dos leptinitos (= granulitos)
E — Fácies dos eclogitos
F — Fácies do metam. de contacto (s. l.)
F' — Fácies das corneanas piroxénicas
G — Fácies de anatéxia

todos os cálculos a esta malha ter-se-á um meio cómodo e evidente de determinar quantitativamente as migrações e trocas iónicas realizadas no curso de uma transformação. Estes cálculos põem em foco que apenas uma leve fracção (muitas vezes menos de 1 %) do volume da rocha em questão é posta em jogo, mesmo numa importante transformação metassomática. Uma interpretação desde logo se impõe: a de que existe uma marcada labilidade nas redes dos minerais

das rochas, as quais suportam notáveis modificações químicas, com manutenção aproximada dos seus parâmetros, facto este, que deve ser dos mais revelantes que a Geoquímica regista.

Com base no método de cálculo indicado, será possível reconstituir, em muitos casos, o sentido, a amplitude e a natureza das trocas iónicas responsáveis pelas transformações que conduzem aos migmatitos e, dum modo mais geral, às rochas metamórficas. Todo um largo campo de estudos se abre, mormente no respeitante à Petrologia portuguesa, onde começam agora a existir algumas possibilidades de estudo, mediante a aplicação de métodos mais actuais.

* * *

As rochas granitoides do Maciço Antigo português têm sido consideradas, quando ácidas, como simples granitos, sem se ter tentado, na generalidade dos casos, efectuar qualquer outra descriminação. Adoptando a sistemática niggliana, a totalidade (ou quase) dos granitos analisados quìmicamente cabe num muito limitado número de tipos magmáticos da província *pacífica*. Resta porém saber se tal atribuição terá fundamento em todos os casos e, em particular, se será legítimo, na hora que passa, considerar todos os nossos granitos como magmáticos. No Maciço Antigo da Península, tal como em tantas outras regiões, existem rochas granitoides cujas condições de ocorrência ora indicam o *tipo intrusivo* magmático, ora um tipo *difuso* certamente migmático. Passo seguidamente em revista sucinta os critérios, aliás bem conhecidos, que permitem, com toda a probabilidade, distinguir o «granito» intrusivo, do «granito» de anatéxia ou migmático. São, no caso das rochas intrusivas, os contactos nítidos, brutais (mesmo nos encraves); as fácies compactas e homogéneas, ainda que não incompatíveis com redes de diaclases e com uma certa xistosidade; é, enfim, a não associação com rochas nìtidamente gneissicas e a ausência de transições conduzindo desde o granito franco até rochas do tipo dos xistos cristalinos.

Bem, ao invés, nas formações de anatéxia, saltam à vista a ocorrência de pequenas massas granitoides irregulares e difusas, de alinhamentos do tipo «schlieren» e de outros tipos; a contínua gradação, tantas vezes constatada, do granito ao gneiss; ou ainda a presença, fora do granito — quer dizer, nas rochas circundantes, ou em inclusões — de feldspatos idênticos aos da rocha granitoide.

Com a geração destas séries migmatíticas está relacionado o fenómeno de assimilação que aliás todos os magmatistas aceitam, embora concedendo-lhe importância maior ou menor. Como cabalmente se conhece, é fenómeno comum, bem revelado em muitos locais do nosso País, pela presença de encraves xistentos, no granito, em graus diversos de digestão, bem como pela ocorrência de minerais sintomáticos, entre os quais a silimanite e a cordierite. Estes silicatos têm sido reconhecidos no seio do granito franco e porfiroide, em vários locais da Beira, do Minho e do Douro, mesmo em pontos, por vezes, distantes dos contactos actualmente visíveis. As micas devem também entrar neste cortejo de minerais gerados por contaminação dos granitos: ora se encontra a moscovite fresca, ìntimamente associada à silimanite, ora se topa com a biotite concentrada nos encraves xistentos.

A abundância de tais manifestações leva até a admitir que uma fracção dos granitos portugueses, mesmo dos que mostram os caracteres intrusivos, esteja contaminada, particularmente por uma ampla digestão de material xistento.

Conjugando a observação do terreno com as análises microscópica e química pode mostrar-se tal facto. Nalguns locais do Alto Minho o granito *porfiroide*, intrusivo, de idade hercínica, que, como vamos ver, é do tipo *akerítico*, oferece claramente uma fácies de assimilação, a qual se traduz quìmicamente (mesmo quando se não encontram os silicatos aluminosos mais sintomáticos — como a silimanite) pelo enriquecimento em alumina, acompanhado por teores baixos para a sílica e para a soda. (Quadro I). Um bom exemplo deste caso é conhecido na estrada de Paredes de Coura, junto do entroncamento para as minas do Taião. No quadro junto, mostro a análise química da rocha desse local, em comparação com a do granito porfiroide e biotítico de Paredes de Coura e de Monsão, tipo comum no Minho. A rocha contaminada chega a mostrar uma fácies mesocrata (abundância de biotite), e, por outro lado, oferece uma típica disjunção em capas concêntricas. A presença no seio do granito de massas xistentas, mais ou menos digiridas, é incontestável. Casos semelhantes se obser-

vam perto de Melgaço (cais de Remoães e na estrada de Ponte de Barca para Braga).

O *granito akeritico* de Paredes de Coura destaca-se ainda pela abundância de esfena, patentemente derivada da biotite e pela presença dum acessório interessante — a alanite.

O quadro que projectei (Quadro I), contém, além das duas análises há pouco referidas, a dum granito de Caminha (n.º 3), com textura não porfiroide, estudado por Lacroix. É interessante notar as diferenças na composição química relativamente às outras duas rochas.

Trata-se agora, como se vê, dum verdadeiro granito com altas percentagens de sílica e alcalis (predomínio da potassa sobre a soda) e teores baixos para os óxidos de ferro, de magnésio, de cálcio e de titânio.

Textural e mineralògicamente é um granito com duas micas, de grão fino a médio, com microclina, plagioclase sódica e pertites, muito pobre em minerais corados, sendo, comummente, a biotite apenas um mineral acessório. É este tipo, a que chamarei *granito de Moledo*, que se prolonga para sul, formando uma extensa intrusão ao longo do litoral, entre Caminha e Viana do Castelo, e é ainda ele que forma a Serra de Santa Luzia. Por vezes contém turmalina, granada (almandina) e espodumena. Esta espécie, ainda não conhecida noutro local português, foi encontrada principalmente num filão aplítico que atravessa o *granito de Moledo*, perto da praia de Âncora. Os caracteres do granito de Paredes de Coura mostram que não se trata de granitos típicos, mas sim de rochas mais básicas: o da fácies de assimilação (n.º 1 do quadro) tem os parâmetros dum *granito monzonítico*, enquanto que ao n.º 2 competem parâmetros vizinhos dos dos *granodioritos* e, em particular, muito afins dos dos *granitos akeriticos*.

O carácter *alcalino* do *granito de Moledo* exagera-se noutras rochas do Minho, conhecendo-se em Barcelos (Pousa) um granito (n.º 4 do Quadro I), (aliás com tendência sienítica, dada a escassez de quartzo), com quimismo alcalino extremo, entre os granitos peninsulares. Notável é ainda, nessa rocha, o equilíbrio existente entre a potassa e a soda, ao contrário do que é habitual nos granitos não porfiroides, onde a potassa predomina sobre a soda. O *granito de Moledo* metamorfisa o Silúrico, como foi verificado pelo Prof. C. Teixeira, e não é pois impossível que seja de idade hercínica, como o que é habitualmente porfiroide. Em muitos casos, porém, aquele granito apenas se vê metamorfisar as rochas da série xistenta (complexo xisto-grauváquico, da nova legenda da Carta Geológica em preparação). Não existem, por enquanto, dados suficientes que permitam averiguar até que ponto o *granito de Moledo* se modifica em resultado dessa assimilação.

* * *

Em contraste com as intrusões bem definidas a que acabo de aludir, oberva-se, na região do Porto, um granito, por certo migmático, em relação com a série xisto-cristalina da mesma zona do País. O estudo geológico, já efectuado pelo Prof. C. Teixeira, deste *granito do Porto* mostra que ele deve ser ante-silúrico pois não metamorfisa os estratos do Silúrico inferior. O Prof. C. Teixeira põe, por outro lado, em destaque a sua ocorrência mais ou menos difusa, em massas irregulares não circunscritas. Além das rochas de anatéxia já assinaladas no Porto e às quais o Prof. Carríngton da Costa fez corresponder uma das divisões da legenda do seu esboço geológico do Porto, é digna do maior relevo a zona migmatítica do litoral, perto do Porto, patente nas praias junto de Vila do Conde (Angeiras, Vila Chã, etc.). Ao longo destas praias observam-se magníficos exemplares de migmatização, com as típicas injecções leito a leito e correlativa geração de capas migmatíticas envolvendo núcleos alongados, elipsoidais, de rocha macroscòpicamente com fácies de corneana. Numa das amostras tive a ocasião de reconhecer recentemente a associação de dois minerais já conhecidos dessiminadamente em granitos do tipo intrusivo, e que referi anteriormente; trata-se da cordierite (que se mostra muito alterada) e da silimanite, principalmente da variedade fibrolite.

Outras zonas, onde se observam explêndidos casos de migmatização, existem no nosso Maciço Antigo. Entre elas se destaca a da Serra de Freitas, perto de Arouca, onde ocorre o granito (na verdade trata-se mais dum granodiorito) nodular, com típicos «medalhões» biotíticos formados em redor de pequenos núcleos de material granítico. O granito nodular constitui uma botoeira que irrompe através dos xistos parcialmente migmatizados, com belas injecções, leito

QUADRO I

	1	2	3	4	5
SiO_2	63,86	62,80	71,28	68,70	70,37
O_3Al_2	18,41	15,61	16,14	17,49	15,26
O_3Fe_2	0,43	0,22	0,31	0,17	0,60
OFe	4,29	5,32	1,32	0,43	0,90
OMn	0,02	0,13	0,05	0,00	0,04
OMg	1,57	1,59	0,18	0,21	0,46
OCa	2,77	3,51	1,24	0,97	1,33
ONa_2	2,75	5,38	3,52	5,51	3,86
OK_2	3,60	3,16	4,68	5,48	5,64
TiO_2	1,03	0,95	0,37	0,02	0,27
P_2O_5	0,49	0,46	0,18	0,50	0,55
OH_2^+	0,23	0,16	0,53	0,45	0,12
OH_2^-	0,31	0,59	0,15	0,50	0,64
F			0,31		
	99,76	99,88	100,26	100,43	100,04

1 : Na estrada para Paredes de Coura, na encrusilhada para as minas do Taião.

2 : Paredes de Coura (anal. reproduzida de «Granitos porfiroides do Minho» — C. T. de Assunção e J. Brak-Lamy-Bol. Soc. Geológica de Portugal-1953).

3 : Caminha (anal. reproduzida de A. Lacroix «Sur quelques granites des environs de Porto» -- An. Fac. Ciências-Porto-XVIII-1-1933.

4 : Pedra Furada-Pousa (Barcelos) (anal. reproduzida de «Sobre os granitos de Pousa (Barcelos) e monte das Caldas» — C. T. de Assunção e J. Brak-Lamy-Bol. n.º 18 do Mus. e Lab. Min. e Geol. da Fac. de Ciências de Lisboa-1950).

5 : Águas Santas (Nogueira da Maia, arredores do Porto).

QUADRO II

Granito alcal. de Caminha (Moledo)	I.	'4.	1 (2).	3
Granito alcal. das Águas Santas (Porto)	I.	4.	1'.	3
Granito alcal. da Areosa (Porto).	I.	(3)4.	1 (2).	4'
Granito alcal. de Pousa (Barcelos)	I.	4(5).	1.	3(4)
Granito akerítico de (Paredes de Coura)	II.	4(5).	2.	4
Fácies de digestão (afim dos granitos monzoníticos).	(I)II.	4	2'.	3

a leito, apresentando notáveis dobras ptigmáticas. Estas injecções podem estar relacionadas com os filões quartzosos que cortam os xistos. Os exemplos referidos mostram o interesse que terá o desenvolvimento dos estudos respeitantes às formações migmatíticas portuguesas.

* * *

Mas voltemos pròpriamente ao *granito do Porto*. Foi reconhecido pelo Prof. C. Teixeira que a sua idade deve ser antesilúrica, porquanto ele não metamorfisa o silúrico inferior. Não poderá pois ser confundido com os granitos do Minho. Porém, pelos seus caracteres químicos e mineralógicos o *granito do Porto* está muito próximo do «granito de Moledo». Trata-se ainda duma rocha de textura normalmente não porfiroide, de grão médio a grosso, com duas micas, predominando, muitas vezes, a muscovite e podendo conter turmalina. Tomo como tipo do *granito do Porto*, a rocha, actualmente muito explorada nas pedreiras de Águas Santas (concelho da Maia). Do ponto de vista químico (n.º 5 — Quadro I) é um granito alcalino e mais potássico do que sódico, com certa tendência para o tipo *monzonítico*. Vê-se como os caracteres indicados se ajustam aos do granito de duas micas do Minho (tipo de Moledo). Nota-se, em particular, a estreita analogia revelada pelos parâmetros magmáticos (Quadro II). Mas, como já tive ocasião de referir, o *granito do Porto* não é uma rocha bem circunscrita, mas um granito difuso, relacionado com as séries migmatíticas vizinhas. De resto, está longe de ser uniforme, facto que as poucas análises químicas já existentes bem traduzem. Uma destas está incluída no trabalho anteriormente citado de Lacroix, e diz respeito ao granito da Areosa (Porto), que representa uma fácies de variação do granito alcalino habitual. Ao contrário deste, a rocha da Areosa é mais sódica do que potássica. Porém, encerra, como nos tipos de Moledo e de Águas Santas, muscovite e turmalina. Os seus parâmetros são dados no Quadro II.

* * *

Em conclusão, constata-se que rochas granitoides, muito provàvelmente com origens diversas — as do tipo de *Moledo*, post-silúricas (possìvelmente hercínicas, como o «granito porfiroide»)

e outras do tipo do *Porto*, ante-silúricas, oferecem caracteres mineralógicos e químicos afins (e até texturais, embora estes tenham menor significação). Este facto demonstra bem a necessidade dum estudo integral, onde os modos de ocorrência sejam bem enquadrados no conhecimento geológico da região. Isto levará a admitir que os processos de migmatização possam, por convergência, conduzir a rochas pràticamente iguais às verdadeiras rochas eruptivas. Por outro lado, vê-se como rochas sincrónicas do tipo intrusivo, formando pois maciços bem circunscritos, podem apresentar amplas diferenciações, não só no domínio textura (facto corrente, como é bem conhecido) mas até no que toca à sua mineralogia e ao seu quimismo. É o que fica documentado pela comparação entre os granitos porfiroides biotíticos do Minho (e por certo doutras províncias) e o granito de Moledo, provàvelmente hercínico como o anterior.

Deste modo, como atrás tive já de referir, as considerações de ordem genética baseadas apenas nos parâmetros magmáticos, ou nos tipos magmáticos nigglianos, deverão ser tomadas com a maior reserva.

* * *

Os jazigos uraníferos da metrópole portuguesa estão habitualmente encaixados em granitos do tipo porfiroide e biotítico, das Beiras, rochas essas que devem ser do tipo dos granitos do Minho a que dei os mesmos qualificativos. São, num caso e noutro, rochas calco-alcalinas que possuem um quimismo pacífico. O quartzo, como é habitual, mostra-se alotriomórfico e oferece com frequência extinções rolantes.

Ora sucede que não são raras, no seio daqueles granitos, as diferenciações de *granito rosado*, com grandes feldspatos quase vermelhos, impregnados de óxidos de ferro. Estas diferenciações têm dimensões bastante variáveis, por vezes diminutas, e podem passar bruscamente ao granito habitual.

Tendo tido recentemente ocasião de examinar amostras de um desses «granitos rosados», proveniente da região da Guarda, pude constatar que ele apresenta certas peculiaridades que merecem uma menção especial.

Em primeiro lugar, trata-se de uma rocha muito rica em feldspato, sendo os maiores cristais constituídos por agregados micropertíticos onde o hospedeiro é a ortose, um tanto caulinisada, sulcada por fáculas mais límpidas de albite.

Além da pertite existe ainda a albite, profusamente geminada e sericitisada. São elementos acessórios alguma ortose, não pertitisada, um pouco de biotite (quase toda cloritisada), e ainda muscovite, esfena, apatite e zircão alterado (malacon). Mas o elemento que maior interesse oferece é o quartzo, em perfeitos cristais idiomórficos (por vezes visíveis a olho nú), impregnado de inúmeros vermículos de clorite (ripidolite, var. helminta). Esta clorite é nìtidamente distinta da que resulta da transformação da pouca biotite presente e está associada à calcite, que existe em quantidade apreciável.

Não se vê como a ripidolite possa ter derivado de qualquer mineral da rocha. Ela localiza-se quase sempre no interior dos cristais de quartzo, existindo escassamente no feldspato, junto do contacto com o quartzo. Como disse há pouco, este último mineral apresenta-se em cristais bem individualizados, dando algumas belas secções hexagonais.

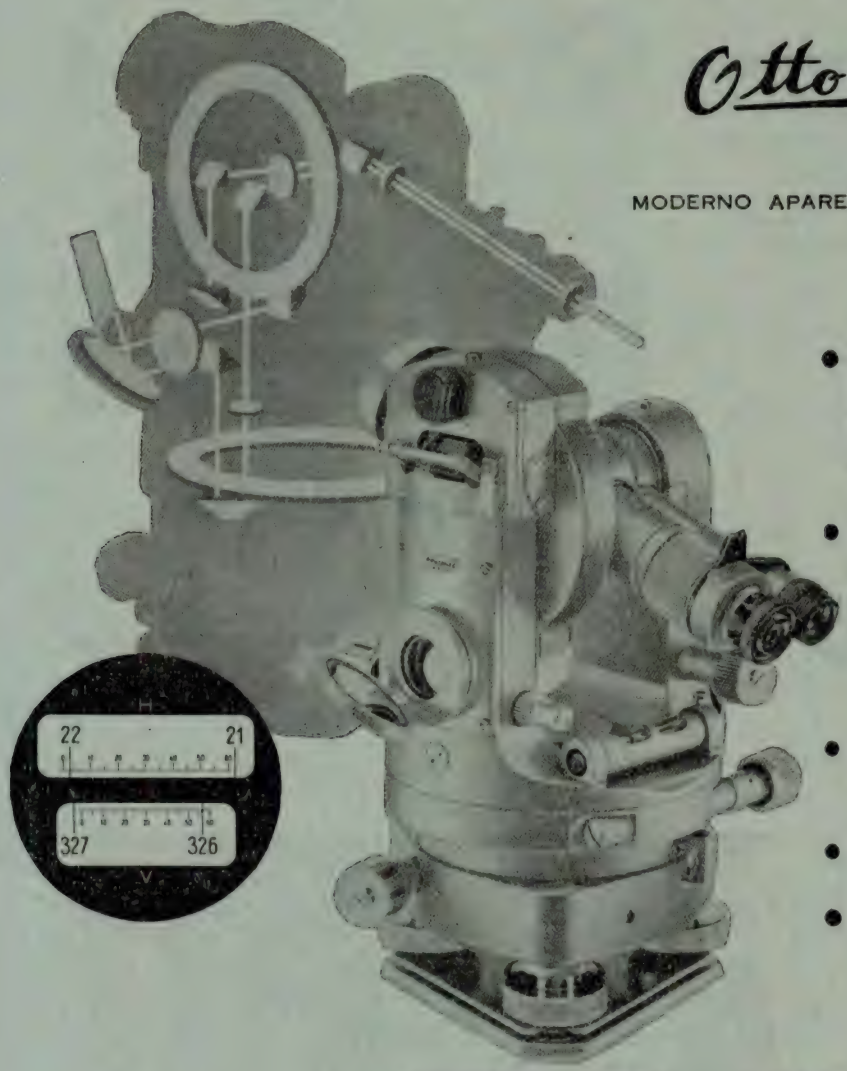
Os caracteres respeitantes aos minerais mais interessantes obrigam naturalmente a pensar que a rocha não é um verdadeiro granito. O quartzo, sem dúvida de geração tardia, bem como a clorite vermicular (ripidolite-helminta), e a calcite, sua associada, devem ter sido introduzidos por soluções hidrotermais, as quais possìvelmente seriam também as responsáveis pela sericitização dos feldspatos. Quere isto dizer que a rocha original seria, de facto, não um granito, mas um sienito alcalino, porventura semelhante aos «sienitos vermelhos» já observados pela Dr.ª D. Judite Pereira, em vários locais do país. Simplesmente a helminta, que observei, tem origem diversa da que foi reconhecida por aquela investigadora em diversas rochas, pois não resulta da transformação da biotite.

Se alguma relação existe entre esta provável hidrotermalização dos sienitos rosados e a mineralização uranífera que costuma aparecer na sua vizinhança, é um problema cujo interesse é evidente e que, por isso, deve merecer a melhor atenção em estudos futuros.

* * *

Em relação genética, ou simplesmente espacial, com os maciços granitoides existem, como

TEODOLITO TAQUEOMÉTRICO FTI



Otto-Fennel

MODERNO APARELHO DISPONDO DE:

- Observação simultânea dos dois limbos pelo microscópio colocado ao lado da ocular da objectiva
- Leitura por sistema directo de 1c e décimos por estimativa
- Leitura do nível vertical por coincidência
- Prumo óptico
- Grande luminosidade

Características ópticas e mecânicas

Telescópio analáctico com lente de focagem interna, retículo medidor de distância, telescópio reversível com o extremo da objectiva.

Constante de adição	zero
Constante de multiplicação	100
Comprimento do telescópio	190 mm
Abertura da objectiva	36 mm
Ampliação	28 x
Distância mínima de mira	1 m
Nível redondo	6' a 8'
Nível de reversão	30 "
Nível de horizontalidade paralelo ao eixo de inclinação	40 "

Nível junto ao círculo vertical legível por ajustamento da coincidência 40 ". Passo circunferencial sobre círculos de vidro 360° ou 400 g, de 1° ou de 1 g.

Diâmetro do círculo horizontal 90 mm, do círculo vertical 70 mm

Leitura directa horizontal	1'	1 c
Leitura por avaliação	1'	1 c
Leitura directa vertical	0,1' = 6"	0,2 c = 20cc
Leitura por avaliação	0,2' = 12"	0,25c = 25cc

Pesos: Instrumento 4,7 kg, Tripé com pés extensíveis 6,0 kg, Caixa metálica 4,0 kg

REPRESENTANTES

PAPELARIA FERNANDES

L. DO RATO, 13—TELEF. 66 11 16—7 LINHAS—R. DO OURO, 145—TELEF. 28361

LISBOA

Serviços técnicos

Anúncio 1

SECÇÃO DE PROPOSTAS

Em todos os estabelecimentos SKF existem técnicos e engenheiros especializados ao dispor de quem os queira consultar sobre tudo quanto diga respeito a rolamentos, bem como a prestarem toda a colaboração na escolha dos mesmos e controlar a sua montagem.

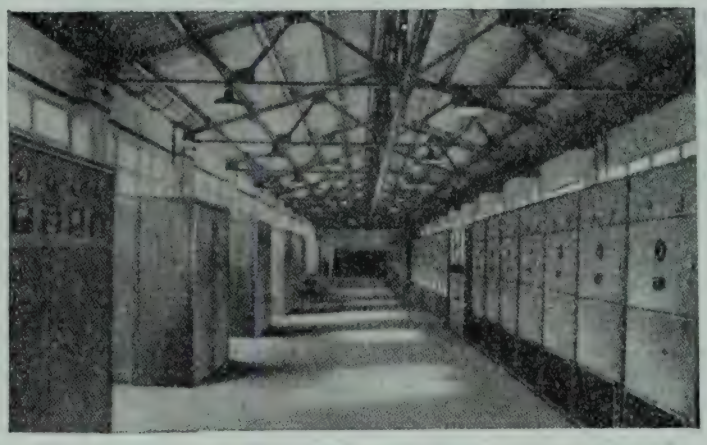
Também, para um maior desenvolvimento do seu serviço técnico, faz a SKF um constante intercâmbio entre os seus estabelecimentos de todo o mundo.

SOCIEDADE SKF LIMITADA

LISBOA, Praça da Alegria, 66-A
PORTO, Avenida dos Aliados, 152

Corrente Contínua para a Indústria

RECTIFICADORES DE VAPOR DE MERCÚRIO



Projectados pelos engenheiros especialistas da BTH, e construídos por homens com longa experiência neste tipo de equipamento de conversão os rectificadores BTH, pelo seu serviço eficiente e seguro alcançaram no mundo inteiro uma reputação sem igual.

A figura mostra parte de uma instalação de rectificadores em tanque de aço, sem bomba da União Fabril do Azoto-Alferrarede. Estes rectificadores alimentam dois conjuntos de células electrolíticas de 15.000 amp. 600 volts que fornecem hidrogénio para produção de amónio.

THE **BRITISH THOMSON-HOUSTON** COMPANY LIMITED, RUGBY ENGLAND
Member of the AEI group of companies

REPRESENTANTES GERAIS
GENERAL ELECTRIC PORTUGUESA
RUA DO NORTE, 5 – LISBOA • RUA SÁ DA BANDEIRA, 585 – PORTO

A 4654

é do domínio comum, redes filonianas que atravessam quer o granito quer nas rochas circunvizinhas. Os grandes tipos de filões são os pegmatitos, os aplitos e os lamprófiros. Vou tratar de alguns aspectos dos problemas referentes a estes cortejos filonianos, em particular nas suas possíveis ligações com a chamada «tectónica do granito».

É sabido que esta designação cobre tanto um método de estudo como o seu objecto ou seja o conjunto das disposições macro-estruturais, (mas em pormenor), que interessam os maciços de rochas granitoides.

As considerações, que se seguem, baseadas nas ideias largamente desenvolvidas, além doutros, por H. Closs e Balk, respeitam aos maciços intrusivos e pressupõem uma genética magmática. De acordo com a observação corrente, tais maciços oferecem sempre aquilo a que poderei chamar as *singularidades* da rocha, mesmo no caso de rochas compactas, e que se repartem dominantemente por duas categorias: em primeiro lugar, as direcções de fluência (linhas e planos), tantas vezes reveladas pela orientação dos elementos da rocha e pela presença de concentrações alinhadas, como as do tipo «schlieren», quer se trate de segregações quer de meros encraves. Por outro lado, destaca-se frequentemente uma rede de diaclases e até de falhas.

É basilar tentar distinguir as diaclases primárias (contemporâneas, ou quase, da consolidação magmática) e as secundárias, mais tardias. Um critério para a resolução de tal problema é o de aceitar como primárias aquelas diaclases que estejam preenchidas por filões genèticamente relacionados com a rocha do maciço. Assim, se se admitir que os filões conexos representam a fase final da consolidação magmática, serão primárias as diaclases onde esses filões se instalaram, pois aquelas fracturas são-lhes, sem dúvida, anteriores. Sem detalhar agora o assunto pendente, bem apresentado, por exemplo, numa memória do Prof. Lópis Lladó (publicada no Bol. da Soc. Geol. de Portugal), recordarei apenas como são ambiciosos os objectivos finais da doutrina da «granitt-tektonik»: trata-se de conseguir a restituição da *forma* da massa eruptiva, quando da sua «mise-en-place» e conhecer, do ponto de vista aplicado, o que acontece, em profundidade, aos *filões*, que o mineiro esteja seguindo, e até aos *plutões* que os alimentam. Um princípio ou postulado forma a base da doutrina de H. Closs: as massas magmáticas, enquanto plásticas, possuem uma acentuada tendência para registar e conservar as direcções estruturais primitivas. O conhecimento destas direcções servirá para descobrir a orientação das forças essenciais que presidiram à «mise-en-place» da intrusão e ao mecanismo orogénico. Se, no terreno, se constatar que deve existir um nexo entre as estruturas de fluência e a rede de diaclases, torna-se admissível a ideia de que os dois tipos de caracteres correspondem à actuação das mesmas forças orogénicas.

Sem dúvida que a doutrina, já pelas suas ambições, já pelo grande número de dados em que se deve apoiar, implica dificuldades e tem suscitado certas críticas. Em especial, para R. Daly e para B. Sanders e Schmidt, da escola de Innsbruck, (cujo fundamento é a microtectónica baseada no exame microscópico de lâminas delgadas e no emprego da platina universal), o método da «granitt-tektonik» permitirá apenas reconstituir a *cinemática* da intrusão, mas não a sua *dinâmica*. Para outros, os dois métodos (o da macro e o da microestrutura) deverão conjugar-se. Seja como for, talvez tenha interesse procurar registar nos levantamentos de pormenor, que estão actualmente em curso no País, todas as indicações com significação estrutural, com vista a um estudo tectónico dentro das linhas gerais dos métodos há pouco evocados.

* * *

Há um problema que me permitirei destacar entre aqueles que podem surgir a propósito da questão considerada. É o caso dos filões básicos que tantas vezes preenchem fracturas nos maciços graníticos. Certos filões daquela categoria geral e do tipo dolerítico parecem possuir uma relação genética com as mineralizações uraníferas. A associação dolerito-urânio é por demais comum para que possa ser considerada ocasional. Como se sabe, os filões uraníferos ocorrem, muitas vezes, na vizinhança dos filões de minerais de urânio. O facto é bem posto em relevo pelo Eng.º A. Cerveira, que, além doutras indicações, mostra que aqueles filões são sub-verticais, tal e qual como os uraníferos, podendo até encaixar estes últimos. Veja-se, por exemplo, o esquema reproduzido pelo Eng.º Cerveira na sua memória «Metalogenia do Urâ-

nio em Portugal». Os doleritos em questão mostram-se, no geral, profundamente alterados, mas, com base naqueles que foi possível estudar, pode verificar-se que alguns são do mesmo tipo que as rochas basálticas e doleríticas, com quimismo atlântico (alcalino e sódico), que se encontram nas orlas post-paleozoicas do Maciço Antigo. Existem também filões básicos alterados (como o de Rapoula do Coa-Sabugal), ricos em biotite, provàvelmente de facies lamprofírica.

* * *

Serão sempre estes filões básicos esquizólitos do magma granítico regional? Se assim for eles poderão, tal como os filões ácidos (aplitos e pegmatitos) servir para descriminar as diaclases primárias, quando se investigue a tectónica do granito. Há que reconhecer, no entanto, que o critério em questão levanta desde já uma objecção, que se afigura pertinente. Sucede que justamente muitos dos filões básicos, conhecidos não só no nosso Maciço Antigo como também noutros países, parecem, dever ser considerados como lampróforos e o problema da origem destas rochas hipabissais é assunto ainda largamente aberto à discussão. Nalgumas classificações clássicas tem-se admitido que a cada uma das grandes famílias de rochas eruptivas corresponda uma classe especial de lampróforos. Mas o problema parece actualmente caminhar para uma solução que se afasta do domínio das ideias ortodoxas. Na verdade, as investigações efectuadas por Wegmann, T. Barth e outros mostram que muitas das rochas descritas sob o nome de lampróforos não são mais do que filões básicos deleríticos transformados. O processo transformador consistirá ou na assimilação, pelo magma básico, de rochas vizinhas ou na mistura daquele magma com o que originou as rochas granitoides do maciço. Têm-se verificado provas de contaminação progressiva de rochas doleríticas, que não só se enriquecem de água (certamente vinda das rochas circundantes) como começam a apresentar minerais pneumatogénicos (hornblenda, biotite), em substituição dos pirogénicos habituais nos doleritos (augite, pigeonite, olivinas). Como se sabe são precisamente pneumatogénicos os barilitos mais típicos e abundantes nos lampróforos. Deste modo, estas rochas filonianas não terão qualquer relação genética com o granito e não poderão ser utilizadas para definir as diaclases primárias.

Elas estarão simplesmente relacionadas com os doleritos ou rochas afins, que, por sua vez, representam uma manifestação magmática posterior à intrusão granítica, podendo não ter com esta qualquer conexão de ordem genética. P. Niggli admite, no entanto, que se trate de uma diferenciação do magma granítico, a qual terá sobrevivido à consolidação do mesmo magma. É com este magma básico *sobrevivente* que o Eng.º A. Cerveira liga as mineralizações uraníferas portuguesas, assim explicando a associação doleritos — jazigos de urânio.

Não quereria passar a outro assunto sem referir que na região de Torres Vedras, onde existe uma complicada rede filoniana, certos filões doleriticos prolongam-se passando a rochas de facies lamprofírica, dada a sua riqueza em barilitos pneumatogénicos (doleritos e teschenitos hornblêndicos). Por sua vez, no Maciço Antigo português, conhecem-se já filões básicos ricos em biotite, como um anteriormente citado (Rapoula do Coa) e como essas singulares rochas, semelhantes às aïounites de Marrocos oriental, de cujo estudo se está ocupando o Prof. D. Thadeu.

* * *

Os pegmatitos e aplitos que fazem parte do cortejo filoniano dos maciços graníticos portugueses e das formações do granito *difuso*, aguardam ainda, em quase todos os casos, o estudo que merecem. Vou procurar pôr em destaque algumas simples anotações respeitantes aos filões pegmatíticos nas suas relações com as espécies uraníferas ou das terras raras, ou ainda com outras cuja ocorrência bem se pode dizer estar cantonada nos pegmatitos. Na nossa Metrópole os minerais uraníferos dos pegmatitos e dos aluviões conexos parecem não ter maior importância prática sendo, no entanto, bem conhecidos, por exemplo, nas Minas do Cavalinho (Serra da Arga), nos Coutos Mineiros dos Lagares (Fontaínhas), e da Gaia, podendo associar-se à volframite e à cassiterite. As espécies uraníferas dos pegmatitos pertencem ao grupo dos chamados minerais refractários e são principalmente niobo-tantalatos, como as da série tantalite-columbite cujo teor em urânio é muito baixo.

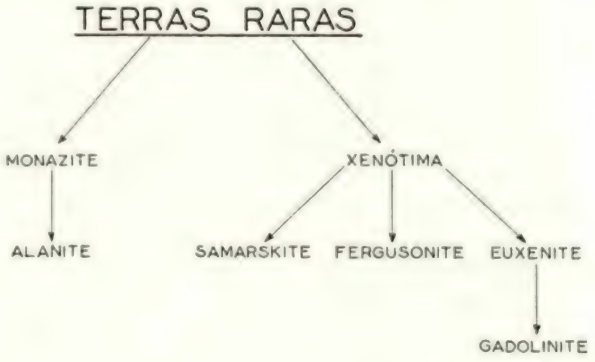
Embora fora da Metrópole, chamarei agora a

atenção para os pegmatitos, da região do Alto Ligonha, em Moçambique. Nesta província ultramarina têm sido referidos, através de vários estudos, os jazigos de minerais uraníferos, não só daquela região, como doutras, em particular de Tete (Mavudzi) onde, em condições um tanto especiais, e, sem se tratar de filões pegmatíticos, ocorre uma provável ilmenite uranífera, afim da davidite.

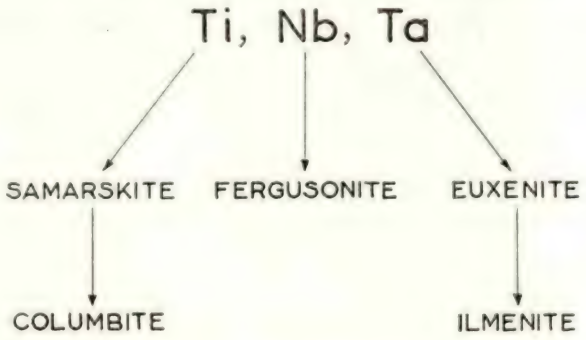
Mas volto aos pegmatitos do Alto Ligonha, ou melhor a algumas considerações por eles sugeridas.

É do conhecimento comum que os resíduos magmáticos, responsáveis pelos pegmatitos do tipo magmático, oferecem um comportamento peculiar, em relação com as profundidades moderadas onde se geraram e com as condições físico-químicas daí decorrentes. A rápida separação de espécies essencialmente anidras vai permitir a aquisição, pelo banho, duma alta tensão de vapor, a qual pode exceder a pressão externa. Por esta forma é possível compreender o fenómeno da *segunda ebulição*, ou ebulição *regressiva*, que se dá à medida que a temperatura diminui. É variada a composição da fase gasosa em jogo e sabe-se que ela possui um carácter ácido, insinuando-se fàcilmente nas rochas encaixantes e com elas reagindo de muitas maneiras, originando depósitos, ainda mais variados, dos tipos pneumatolítico e hidrotermal, cuja importância é grande no domínio de metamorfismo. É este um campo de fecunda aplicação da lei de acção da massa, pois esta permite, em certos casos, prever o que se vai passar.

Mas como não é possível alongar-me sobre esta questão, passo ao comportamento do banho líquido do resíduo magmático que estou considerando. É muito complexa a composição de tal líquido e o seu carácter químico parece ser alcalino. Ao contrário da fase gasosa o líquido não deve ter um poder de reacção tão acentuado sobre as rochas vizinhas. A fracção principal daquele líquido vai originar os minerais essenciais dos pegmatitos, ou seja (para os pegmatitos graníticos, caso a que restrinjo esta exposição) o quartzo e a microclina, as pertites, as plagioclases e as micas. Acessòriamente são frequentes, entre outros, a espessartite e certos óxidos e sulfuretos metálicos. Mas há, além destes, todo um numeroso cortejo de espécies raras: silicatos, fosfatos, niobo-tentalatos, etc. Os estudos de pormenor, efectuados em vários países, e de que dão conta certos trabalhos, como os de Fersman, H. Bjòrlykke, etc., têm permitido reconstruir as sequências de cristalização dessas espécies raras, nos pegmatitos de algumas regiões. Assim segundo Bjòrlykke poder-se-ão considerar dois diagramas de sequências (aliás relacionados), um para as espécies com titânio, nióbio e tântalo e outro para as das *terras raras*, os quais são seguidamente apresentados.



A mineralogia dos pegmatitos do Alto Ligonha, segundo os elementos, por certo incompletos, de que disponho actualmente, parece coadunar-se com uma parte daqueles diagramas.



De facto, encontra-se representado o ramo das terras raras, com a monazite e a alanite e, entre os niobo-tantalatos, são conhecidas, a samarskite, a euxenite (que existe em Moçambique e que suponho provir da mesma região) e as tantalo-columbites. Será interessante investigar, quer no terreno, quer no laboratório, qual o panorama mineralógico global desses pegmatitos e as suas respectivas sequências.

* * *

Um problema geoquímico fundamental é o que procura explicar a razão porque os resíduos

pegmatíticos dão origem a tantas espécies de elementos raros, ou pouco comuns.

V. M. Goldschmidt, apoiando-se no conhecimento dos raios iónicos dos diferentes elementos químicos e na ideia das substituições isomorfas, oferece uma explicação atraente. Durante o principal período de cristalização formam-se os minerais comuns e essenciais dos pegmatitos. Neles estão contidos, não apenas os elementos químicos vulgares, mas também pequenas quantidades de elementos mais raros, desde que estes últimos possuam raios iónicos próximo dos daqueles, o que permite a substituição duns pelos outros, sem deformação sensível das respectivas redes cristalinas. É assim que o rubidio, o césio, o tálio, etc., podem substituir, embora em pequena parte, elementos banais como potássio, e isto em minerais tão comuns como os feldspatos. Semelhantemente o gálio substitui o alumínio, e o germânio o silício, em minerais vulgares. Há porém elementos químicos raros cujas dimensões iónicas são de tal forma diferentes das dos elementos habituais, que o seu ingresso em minerais essenciais (ou em acessórios de importância) dos pegmatitos se torna impossível. E então não resta àqueles elementos senão uma possibilidade: a de se acumularem no líquido residual para se separarem sob a forma de espécies privatiyas, que se irão associar, nos pegmatitos aos minerais já separados. É este o caso de inúmeros elementos: o escândio, o ítrio, e outras terras raras; o zircónio, o tório, e o háfnio; o titânio (em parte), o nióbio, o tântalo, o urânio, o volfrâmio, e o estanho; o berílio, o boro, e o lítio (em parte). Um golpe de vista sobre as listas das espécies raras dos pegmatitos demonstra que tais elementos possuem, de facto, as suas espécies privativas.

Termino recordando que os pegmatitos do Alto Ligonha encerram um bom número destas espécies: silicatos (alanite, zircão, lepidolite, rubelite, berilo e acqua marina); fosfatos (monazite); niobo-tantalatos (samarskite, tantalite, tântalo-columbite, euxenite). Eles contêm ainda granadas, topásio flogopite, rútilo, bismutite e provàvelmente outras espécies raras ou notáveis. Muitas dessas espécies oferecem uma radioactividade digna de nota, mesmo quando são minerais cuja composição habitual não inclui (ou inclui em quantidade ínfima) elementos radioactivos. É esse o caso da bismutite, que contém tório, embora em modesta percentagem. Notável é também a radioactividade do zircão (malacon) do filão da Boa Esperança (Ribaué) em cuja composição figura o tório, provàvelmente com um teor excepcional.

TELEFONE
710619 PPC
END. TEL.
EMECIL
CÓDIGOS
A. B. C.
5.ª EDIÇÃO
BENTLEY'S

EMPREENDIMENTOS

MECÂNO-CIVIS, L.DA

RUA SOARES DOS REIS, 46 a 76 e RUA DA RASA, 59 a 71

VILA NOVA DE GAIA (Portugal)

ALGUMAS OBRAS EXECUTADAS:

— Grade de vedação em ferro forjado do Hospital Escolar de Lisboa;

— Serralharias especiais do Hospital Escolar do Porto: portões da Entrada Principal e da Faculdade de Medicina, portas electro-comandadas dos Serviços de Urgência e de Doentes, janelões duplos do Bloco Operatório e Sala de Operações das Clínicas Especiais;

— Caixilharia em liga especial de alumínio na cúpula da Nave Central do Palácio de Cristal no Porto;

— Caixilharia em perfis especiais de ferro, para o Centro Militar da Amadora;

— Caixilharia para o Laboratório de Ensaios da Secil, no Outão;

— Fornecimento e montagem de portas-fortes nas Filiais e Agências da Caixa Geral de Depósitos Crédito e Previdência;

— Fornecimento e montagem de portas-fortes para os Serviços de Finanças de Luanda;

— Fornecimento de cofres-fortes especiais para os Arquivos da Casa da Moeda;

— Fornecimento e montagem de queimadores de óleos para as cosinhas dos Regimentos de Artilharia 2, em Coimbra e de Infantaria em Leiria;

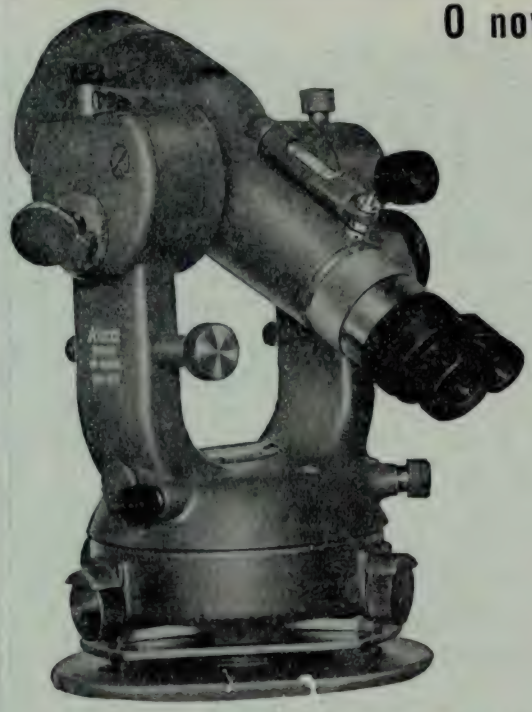
— Fornecimento e montagem de queimadores de óleos para os auto-claves do Hospital-Colónia Rovisco Pais;

— Caixilharia em perfis especiais de ferro e portas metálicas no Hospital da Marinha;

— Fornecimento e montagem de máquinas para a padaria na obra da Barragem do Picote-Hidroeléctrica do Douro.

— Fornecimento e montagem de uma báscula para 30 toneladas nos Estaleiros da Barragem da Bouçã;

— Fornecimento e montagem de portas-fortes especiais para os Arquivos da Câmara Municipal do Porto.



O novo Taqueómetro Auto-Redutor KERN

DK-RT

com mira horizontal e para trabalhos de grande precisão

é um aparelho especialmente apropriado para trabalhos cadastrais pelo método de coordenadas polares mas pode ser usado com grande vantagem em quaisquer outros trabalhos topográficos que requeiram grande precisão e um trabalho rápido.

Para entrega imediata nos representantes para Portugal

Kern AARAU

EMÍLIO DE AZEVEDO CAMPOS & C.ª, L.DA

Casa Fundada em 1854

Rua de Santo António, 137-145 — PORTO
Rua Antero de Quental, 17 — LISBOA

HELIAÇO

NOME E PROCESSO PATENTEADOS

33 a 66 % de economia de peso de ferro

Quilo útil de Heliaço mais barato que o do ferro corrente

42 à 72 % de aumento de eficiência em relação ao aço corrente

Varão redondo de aço de alta resistência para betão armado, torcido e estirado a frio

TRANSFORMADO EM PORTUGAL

Maior aderência que o aço comum. Menores volumes de betão em obra. Maior rapidez de execução. Menor custo do m³ do betão armado

CARGAS DE SEGURANÇA AUTORIZADAS EM PORTUGAL

2.000 — 2.200 — 2.400 K/cm²

Fornecemos a pedido e gratuitamente Literatura e Tabelas de Cálculo

PEDIDOS A HELIAÇO, LDA.

RUA DE S. JULIÃO, 41, 4.º D. / LISBOA / TELEFS. 36 78 17 - 21 378

C. D. U 517.555

Sobre dois teoremas do Cálculo Diferencial

PELO ENG.º ELECT. (I. S. T.) J. M. QUADROS E COSTA
Regente de Cálculo Infinitesimal

1) Teorema de Peano

Generalidades

Considerem-se definidas no intervalo (a, b) da variável x, n funções $y_1(x), y_2(x), \ldots, y_n(x)$ contínuas e deriváveis e admitindo derivadas até a ordem $(n-1)$.

As determinante $W = \begin{vmatrix} y_1 & y_2 & y_3 & \ldots & y_n \\ y'_1 & y'_2 & y'_3 & \ldots & y'_n \\ \overset{(n-1)}{y_1} & \overset{(n-1)}{y_2} & & \ldots & \overset{(n-1)}{y_n} \end{vmatrix}$

chama-se wronskiano das n funções.

I Teorema. Se entre as n funções existe uma relação linear e homogénea de coeficientes constantes e não todos nulos, o wronskiano das n funções é idênticamente nulo.

Com efeito existindo entre as funções uma relação da forma $a_1 y_1 + a_2 y_2 + \ldots + a_n y_n = 0$ e derivando sucessivamente esta relação em ordem a x, $(n-1)$ vezes, tem-se

$$\begin{array}{l} a_1 y_1 + a_2 y_2 + \ldots + a_n y_n = 0 \\ a_1 y'_1 + a_2 y'_2 + \ldots + a_n y'_n = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_1 \overset{(n-1)}{y_1} + a_2 \overset{(n-1)}{y_2} + \ldots + a_n \overset{(n-1)}{y_n} = 0 \end{array}$$

estas equações mostram-nos que entre as colunas do wronskiano existe uma relação linear e o wronskiano será idênticamente nulo.

Corolário — Se o wronskiano de n funções não for idênticamente nulo, elas são linearmente independentes. (Não existe nenhuma relação linear e homogénea de coeficientes constantes não todos nulos entre as n funções).

De facto, se uma tal relação existisse, o wronskiano seria idênticamente nulo.

Em 1889, Peano enunciou sem demonstração o teorema recíproco do teorema I, conhecido por II) Teorema de Peano: Se o wronskiano de n funções é idênticamente nulo, existe entre elas uma (única) relação linear homogénea de coeficientes constantes não todos nulos.

Porém, em 1897, rectificou o enunciado anterior dando o seguinte:

III) «Se o wronskiano de n funções definidas num intervalo (a, b) é idênticamente nulo e se em ponto algum do intervalo (incluindo os extremos) se anulam simultâneamente os complementos algébricos dos elementos da última linha do wronskiano, existe uma (única) relação linear homogénea de coeficientes constantes não todos nulos, entre as n funções» com a demonstração que segue:

Chamemos W_i ao complemento algébrico do elemento d aúltima linha e da coluna i do wronskiano

$$W_i = (-1)^{n+i} \begin{vmatrix} y_1 & y_2 \ldots & y_{i-1} & y_{i+1} \ldots & y_n \\ y'_1 & y'_2 \ldots\ldots\ldots & & & y'_n \\ \overset{(n-2)}{y_1} & \overset{(n-2)}{y_2} \ldots\ldots & & & \overset{(n-2)}{y_n} \end{vmatrix}$$

Chamemos V_i ao complemento algébrico do elemento da penúltima linha e da coluna i do wronskiano

$$V_i = (-1)^{n-1+i} \begin{vmatrix} y_1 & y_2 & y_{i-1} & y_{i+1} \ldots & y_n \\ y'_1 & y'_2 & y'_{i-1} & y'_{i+1} \ldots & y'_n \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ y_1^{(n-3)} & y_2^{(n-3)} & & & y_n^{(n-3)} \\ y_1^{(n-1)} & y_2^{(n-1)} & & & y_n^{(n-1)} \end{vmatrix}$$

Vê-se por comparação de V_i e W_i que se tem sempre

$$V_i = -W'_i$$

Atendendo à proporcionalidade dos complementos algébricos de elementos correspondentes de filas paralelas dum determinante nulo tem-se

$$\frac{V_1}{W_1} = \frac{V_2}{W_2} = \ldots = \frac{V_n}{W_n} : \frac{W'_1}{W_1} = \frac{W'_2}{W_2} = \ldots = \frac{W'_n}{W_n}$$

donde

$$\frac{W_1 W'_1}{W_1^2} = \frac{W_2 W'_2}{W_2^2} = \ldots = \frac{W_n W_n}{W_n^2} =$$

$$= \frac{W'_1}{W_1} = \frac{W'_2}{W_2} = \frac{W'_3}{W_3} = \ldots = \frac{W'_n}{W_n}$$

chamando

$$\lambda^2 \text{ a } W_1^2 + W_2^2 + \ldots + W_n^2$$

tem-se que

$$\lambda \lambda' = W W'_1 + \ldots + W_n W'_n$$

donde

$$1) \quad \frac{W'_1}{W_1} = \frac{W'_2}{W_2} = \ldots = \frac{W'_n}{W_n} = \frac{\lambda \lambda'}{\lambda^2} = \frac{\lambda'}{\lambda}$$

Note-se que o anulamento de λ implica o anulamento de todos os W_i.

Supondo $\lambda \neq 0$ tem-se que o anulamento da derivada de $\left(\frac{W_i}{\lambda}\right)' = \frac{W'_i \lambda - W_i \lambda'}{\lambda^2}$ corresponde a $W'_i \lambda - W_i \lambda = 0$ e como das relações 1 tira-se que $W'_i \lambda - W_i \lambda' = 0 \quad i = 1_1 2_2 \ldots, n$ tem-se que

$$\left(\frac{W_i}{\lambda}\right)' = 0$$

$$\frac{W_i}{\lambda} = \text{Constante} = a_i \therefore W_i = a_i \lambda \quad (2)$$

Por uma propriedade conhecida dos determinantes temos que

$$W_1 y_1 + W_2 y_2 + \ldots + W_n y_n = 0$$

e substituindo W_i por λa_i temos

$$\lambda (a_1 y_1 + a_2 y_2 + \ldots + a_n y_n) = 0$$

$$a_1 y_1 + a_2 y_2 + \ldots + a_n y_n = 0$$

e desde que os complementos algébricos não sejam todos simultâneamente nulos em qualquer ponto do intervalo (a, b) afirma-se a relação linear.

Peano apresentou também o exemplo de 2 funções $y_1 = x^2$ e $y_2 = x \mid x \mid$ que para $x > 0$ admitem a relação $y_1 - y_2 = 0$ e para $x < 0$ a relação $y_1 + y_2 = 0$ justificando o facto de não existir uma única relação linear em todo o intervalo $(-\infty + \infty)$, pelo anulamento para $x = 0$ dos complementos algébricos $W_1 = -x \mid x \mid$ $W_2 = x^2$.

1ª Observação

Analisando a demonstração de Peano, vê-se que em certos casos os $\frac{W_i}{\lambda}$ podem não ter o mesmo valor constante em todo o intervalo em que as funções são definidas, o que implica a descontinuidade de $\frac{W_i}{\lambda}$ em algum ponto do intervalo; nesta hipótese não haverá uma única relação linear em todo o intervalo, mas em cada um dos sub-intervalos, definidos pelo ponto de descontinuidade, haverá uma relação.

Com efeito, quando se define $\lambda = \sqrt{\Sigma W_i^2}$ tem-se $\lambda = \alpha F(x)$ (α constante) e pode acontecer que $F^2(x) = \beta^2 W_i^2(x)$ com $W_i(x)$ definido da seguinte forma:

$$\begin{cases} W_i(x) = \beta F(x) \text{ para } x > c \\ W_i(x) = -\beta F(x) \text{ para } x < c \end{cases}$$

sendo então o coeficiente da relação linear correspondente a $y_i(x)$, $\frac{W_i}{\lambda} = \frac{\beta}{\alpha}$ para $x > c$ e $\frac{W_i}{\lambda} = -\frac{\beta}{\alpha}$ para $x < c$.

* * *

Investiguemos se poderá existir uma função nas condições referidas e com expressão analítica, mas em que a variável não apareça em módulo. Para simplificar, ponhamos $c = 0$. Chamemos G (x) à expressão analítica de $W_i(x)$.

Terá de ser, àparte as constantes α e β

$$\begin{cases} G(x) = F(x) \text{ para } x > 0 \\ G(x) = -F(x) \text{ para } x < 0 \end{cases}$$

donde resulta que $G(x) = -G(-x)$ 1) e para $x = 0$ terá de ser

$$G(0) = 0 = W_i(0) = F(0)$$

Esta função G (x) admitirá derivada e a correspondente função derivada será

$$G'(x) \begin{cases} = F'(x) \text{ para } x > 0 \\ = -F'(x) \text{ para } x < 0 \end{cases}$$

donde

$G'(x) = -G'(-x)$ 2) é também $G'(0) = 0$

Ainda derivando a relação 1) em ordem a x tem-se

$$G'(x) = G'(-x) \quad 3)$$

de 2 e 3 tira-se que $G'(-x) = 0 = G'(x)$ e $G(x)$ terá de ser constante mas sendo $G(x)$ uma função ímpar terá de ser $G(x) = 0$.

Conclusão: não existe expressão analítica para função $W_i(x)$ nas condições referidas.

Averiguemos agora se existirá uma expressão analítica da forma $G(x, |x|)$ para a função $W_i(x)$.

Terá de ser

$$4) \quad G(+x, |x|) = -G(-x, |-x|) = \\ = -G(-x, |x|)$$

isto é

$$G(x, |x|) \text{ é ímpar em } x \quad \text{e} \quad G(0) = 0$$

A relação 2) pode não ser válida porque introduzimos o símbolo «módulo».

A relação 3) tem a equivalente 6)

$$G'(x, |x|) = G'(-x, |x|)$$

exprimindo a paridade de G'.

Então será $G(x, |x|)$ da forma

$$f_1(x)\, f_2(|x|)$$

em que f_1 é uma função ímpar em x.; por outro lado sendo

$$F(x) = G(x, |x|) \text{ para } x > 0$$

tem-se

$$F(x) = f_1(x)\, f_2(x)$$

e como

$$G(-x, |x|) = -F(x) \text{ para } x < 0$$

teremos

$$f_1(+x)\, f_2(-x) = \\ = -f_1(x)\, f_2(x) \therefore f_2(-x) = -f_2(x)$$

vendo-se portanto que tanto $f_1(x)$ como $f_2(x)$ tem de ser ímpares em x resultando que $F(x)$ é uma função par.

Existirá função derivada para $G(x, |x|)$ com expressão analítica?

$$\left.\begin{array}{l} \text{Para } x > 0 \text{ tem-se que} \\ \quad G'(x, |x|) = \\ = f'_1(x)\, f_2(x) + f_1(x)\, f'_2(x) \\ \text{Para } x < 0 \text{ tem-se que} \\ \quad G'(x, |x|) = \\ = f'_1(x)\, f_2(-x) - f_1(x)\, f'_2(-x) \end{array}\right\} G'(0.) = 0$$

Se existe uma expressão para a derivada, podemos passar da 1.ª para 2.ª trocando x por $-x$.

Com efeito é

$$f'_1(-x)\, f_2(-x) + \\ + f_1(-x)\, f'_2(-x) = f'_1(x)\, f_2(-x) - \\ - f_1(x)\, f'_2(-x)$$

Portanto G terá uma função derivada com expressão analítica desde que f_1 e f_2 sejam deriváveis em relação a x e essa expressão é

$$f'_1(x)\, f_2(|x|) + f_1(|x|)\, f'_2(x)$$

Conclusões: desde que $F(x)$ seja uma função par decomponível no produto de 2 funções ímpares f_1 e f_2 (admitindo 1.as derivadas) $W_i(x)$ tem expressão analítica em x e $|x|$ que satisfaz:

$$\left\{\begin{array}{l} W_i(x) = f_1(x)\, f_2(|x|) = f_1(|x|)\, f_2(x) \\ F(x) = f_1(x)\, f_2(x) \end{array}\right.$$

Tudo o que se disse nesta primeira observação pode ser generalizado para um ponto qualquer c, substituindo x por $x - c$ e $|x|$ por $|x - c|$, sendo então

$$\left\{\begin{array}{l} F(x) = f_1(x-c)\, f_2(x-c) \\ W_i(x) = f_1(x-c)\, f_2(|x-c|) \\ \qquad\qquad \text{ou} \\ W_i(x) = f_1(|x-c|)\, f_2(x-c) \end{array}\right.$$

com $f_1(x)$ e $f_2(x)$ funções ímpares em x.

Esta 1.ª observação mostra-nos também que em qualquer dos casos $F(x)$ anula-se nos pontos c, anulando-se portanto todos os complementos algébricos.

No estudo que segue vamos supor que as descontinuidades dos $\frac{W_i}{\lambda}$ não se verificam.

* * *

2.ª Observação

A) Suponhamos que os a_i (ver a demonstração de Peano) são todos diferentes de 0.

Como os W_i são da forma $W_i = a_i \lambda$, o anulamento dum W_i num ponto x_0 do intervalo só se pode dar por anulamento do λ nesse ponto x_0 e então todos os W_i são simultâneamente nulos nesse ponto —.

B) Suponhamos que alguns dos a_i são nulos; os W_i correspondentes são identicamente nulos sendo os restantes diferentes de 0.

Se num ponto do intervalo se anula um do W_i os outros também se anulam.

C) Todos os complementos algébricos W_i são identicamente nulos.

Em face de A, B e C que são as únicas hipóteses para o anulamento do W_i parece-nos que a possibilidade «do não anulamento simultâneo num ponto» sugerida na condição de Peano deixa de ter significado.

3.ª Observação

Vamos mostrar que na hipótese de todos os W_i serem nulos num ponto x_0 dum intervalo, ainda se pode afirmar a existência da mesma relação linear e homogénea de coeficientes constantes não todos nulos, em todo o intervalo.

Suponhamos que λ (x) admite derivadas até a ordem que for necessária e consideremos os intervalos (a, x_1) e (x_2, b) em $x_1 < x_0$ e $x_2 > x_0$.

Em qualquer dos intervalos é vá ida a relação

$$1)\ \lambda(x)\,[a_1 y_1 + a_2 y_2 + \ldots + a_n y_n] = 0$$

Derivamos esta relação e teremos

$$\lambda'\ x)\,[a_1 y_1 + \ldots + a_n y_n] + \lambda(x)\,[a_1 y'_1 + \ldots + a_n y'_n] = 0$$

Fazendo tender $x \to x_0$ e como $\lambda(x_0) = 0$ vem

$$\lambda'(x_0)\,[a_1 y_1 + \ldots + a_n \gamma_n] = 0$$

Se $\lambda'(x_0) \neq 0$ $a_1 y_1(x_0) + \ldots + a_n y_n(x_0) = 0$ ficando demonstrado que no ponto x_0 existe a mesma relação.

Se $\lambda^{(n)}(x_0) \neq 0$ derivaremos a relação 1) n vezes.

Se todas as derivadas de λ fossem nulas para x_0, a função λ (x) seria idênticamente nula, o que é contra a hipótese.

Exemplo:

$$y_1 = x^2 + 1 \quad y_2 = x - 1 \quad y_3 = x^2 + x$$

$$W = \begin{vmatrix} x^2+1 & x-1 & x^2+x \\ 2x & 1 & 2x+1 \\ 2 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

$$W_1 = (2x+1)(x-1) - x^2 - x = x^2 - 2x - 1$$

$$W_2 = 2x(x^2+x) - (x^2+1)(2x+1) = = x^2 - 2x - 1$$

$$W_3 = x^2 + 1 - 2x^2 + 2x = -x^2 + 2x + = = -(x^2 - 2x - 1)$$

$$\lambda = \sqrt{3}\,(x^2 - 2x - 1)\ W_1 = \lambda\, a_1 \to$$

$$a_1 = \frac{1}{\sqrt{3}},\ a_2 = \frac{1}{\sqrt{3}},\ a_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Determinemos as raizes de $x^2 - 2x - 1 = 0$ que são $x = 1 \pm \sqrt{2}$ e nos pontos $x = 1 + \sqrt{2}$ e $x = 1 - \sqrt{2}$ todos os W_i são nulos.

Em todo o intervalo que exclua esses pontos existe a relação

$$\frac{1}{\sqrt{3}}(y_1 + y_2 - y_3) = 0 \to y_1 + y_2 - y_3 = 0$$

No ponto $x_0 = 1 + \sqrt{2}$ (note-se que $\lambda'(x_0) \neq 0$) ainda existe a mesma relação visto que

$$y_1(x_0) = 3 + 2\sqrt{2} + 1 = 4 + 2\sqrt{2}$$
$$y_2(x_0) = \sqrt{2}$$
$$y_3(x_0) = 4 + 3\sqrt{2}$$

e de facto

$$1\,(4 + 2\sqrt{2}) + 1 \times \sqrt{2} - (4 + 3\sqrt{2} = 0$$

O mesmo se verifica no ponto $x_0 = 1 - \sqrt{2}$

* * *

Analisemos agora o exemplo dado por Peano para comprovar o teorema

$$y_1 = x^2 \quad y_2 = x\,|x| \qquad y_1^1 = 2x \quad 4_2^1 = 2\,|x|$$

O wronskiano das funções é

$$\begin{vmatrix} x^2 & x\,|x| \\ 2x & 2\,|x| \end{vmatrix} = 0$$

Os complementos algébricos W_1 e W_2 são respectivamente

$$W_1 = -x\,|x|$$
$$W_2 = x^2 \quad \text{anulando-se em } x = 0$$

No intervalo $0 < x < \infty$ existe a relação $y_1 - y_2 = 0$ enquanto que no intervalo $(-\infty, 0)$ a relação é $y_1 + y_2 = 0$.

A justificação está na 1.ª observação: repare-se que $W_1 = -x\,|x|$ é da forma indicada.

Viu-se que em todos os casos apontados na 1.ª observação os W_i são nulos, donde o anulamento simultâneo.

Note-se também que a função $W_1 = -x\,|x|$ não tem expressão analítica se não utilizarmos o símbolo módulo porque

$$W_1 = -x^2 \quad \text{para} \quad x > 0$$
$$W_1 = x^2 \quad \text{para} \quad x < 0$$

4.ª *Observação*

Se os complementos algébricos dos elementos da última linha forem identicamente nulos, cada um desses complementos algébricos são wronskianos de $(n-1)$ funções e identicamente nulos, estabelecem-se assim sucessivamente n relações lineares e homogéneas de coeficientes constantes não todos nulos entre as *n* funções e qualquer destas relações ainda permite afirmar que entre as «*n* funções existe uma relação linear e homogénea de coeficientes constantes não todos nulos». Se a relação resultou do elemento da coluna *i* a função y_i será afectada na relação linear do coeficiente *0*.

Só não existirá uma relação dessas quando as funções forem todas identicamente nulas.

A hipótese de todos wronskianos de ordem menor (até a ordem 2) serem identicamente nulos corresponde ao caso de as funções $y_1\ y_2 \ldots y_n$ estarem ligadas pela relação

$$k_2 \ldots k_n \text{ constantes} \begin{cases} y_2 = k_2\, y_1 \\ y_3 = k_3\, y_1 \\ \ldots\ldots \\ y_n = k_n\, y_1 \end{cases}$$

o que implica ainda a veracidade do recíproco do teorema I.

Com efeito se $\begin{vmatrix} y_1 & y_2 \\ y'_1 & y'_2 \end{vmatrix} = 0$ tem-se que $\frac{y'_1}{y_1} = \frac{y'_2}{y_2}$ $\therefore$ $\log y_1 = \log y_2 + \log c$ $\therefore$ $y_1 = c\, y_2$

Podemos concluir portanto que

Se o wronskiano de *n* funções definidas num intervalo é idênticamente nulo, existe entre elas uma relação linear e homogénea de coeficientes constantes não todos nulos, a mesma em todo o intervalo, desde que nesse intervalo sejam contínuas as constantes $\frac{W_i}{\Lambda}$ (Ver obs. I).

Se se põe a restrição de os W_i terem uma expressão analítica, tem-se que

a) na hipótese de descontinuidade de $\frac{W_i}{\lambda}$, não existe expressão analítica para W_i, da forma W_i (x) em que a variável *x* não seja afectada por qualquer símbolo tal como «módulo» que lhe possa conferir o mesmo sinal em todo o intervalo. É o caso das funções algébricas e das transcendentes vulgares, e para elas o recíproco do teorema I é verdadeiro.

b) Os W_i, na hipótese de descontinuidade, poderão ter expressão analítica, desde que nesta figure a variável *x* afectada de qualquer símbolo que possa conferir a *x* o mesmo sinal em todo o intervalo. E então o recíproco do Teorema I não é verdadeiro.

* * *

O estudo da dependência linear entre as *n* funções pode ser conduzido da seguinte forma que nos parece mais simples e mais ordenada.

Enunciamos o seguinte teorema:

Seja $\overline{W}_p$ um determinante de ordem p, de maior ordem e não idênticamente nulo, que se pode extrair das primeiras *p* linhas e n colunas dum wronskiano idênticamente nulo.

As *p* funções que figuram em $\overline{W}_p$ são linearmente independentes e as restantes $n-p$ combinações lineares delas, de coeficientes constantes não todos nulos.

Sem perda de generalidade, podemos supor que $\overline{W}_p$ ocupa as primeiras *p* linhas e p colunas do wronskiano. Orlemos $\overline{W}_p$ com a linha $(p+1)$ e a coluna k $(k > p)$, com o que obtemos um determinante W_{pk} idênticamente nulo e que é o wronskiano das funções $y_1, y_2, \ldots y_p$ y k.

Entre as funções $y_1, y_2, y_3, \ldots, y_p$ y y_k existirá uma relação da forma $a_1\, y_1 + a_2\, y_2 + \ldots + a_p\, y_p + a_k\, y_k$; com efeito, atendendo ao que se disse anteriormente e atendendo a que nunca se anulam idênticamente os complementos algébricos da última linha de W_{pk} porque pelo menos o complemento algébrico da linha $p+1$ e e coluna $(k+1)$, que é $\overline{W}_p$, é diferente de 0. Por outro lado nem todos os $a_1, a_2 \ldots a_p$ são nulos porque se assim fosse teria de ser $a_k = 0$, o que é absurdo; de facto sendo os complementos algébricos da última linha de W_{pk} da forma λa, tem-se $\lambda a_k = W_p$ e a_k sendo uma constante é com certeza $\neq 0$.

Conclui-se portanto que a função y^k é uma combinação linear das funções $y_1, y_2, \ldots y_p$; assim se obtém $n-p$ relações.

Exemplo:

$$y_1 = x^2 \quad y_2 = x \quad y_3 = x^2 - x \quad y_4 = x^2 + x$$

$$W = \begin{vmatrix} \overset{y_1}{\overset{\frown}{x^2}} & \overset{y_2}{\overset{\frown}{x}} & \overset{y_3}{\overset{\frown}{x^2 - x}} & \overset{y_4}{\overset{\frown}{x^2 + x}} \\ 2x & 1 & 2x - 1 & 2x + 1 \\ 2 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} - x^2 - 2$$

$$W_p = \begin{vmatrix} x^2 & x \\ 2x & 1 \end{vmatrix} = -x^2 \quad W_{p3} = \begin{vmatrix} x^2 & x & x^2 - x \\ 2x & 1 & 2x - 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

Os complementos algébricos dos elementos da última linha são:

$$x^2, \quad -x^2, \quad -x^2 \quad \text{e} \quad 1 = x^2 \sqrt{3}$$

$$a_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x^2}{x^2 \sqrt{3}} \qquad a_2 = -\frac{1}{\sqrt{3}} \qquad a_3 = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \quad y_1 - y_2 + y_3 = 0$$

Tomando W_{p4} temos

$$y_1 + y_2 - y_4 \; 0 =$$

e somando

$$2\, y_1 + y_3 - y_4 = 0$$

2) *Teorema de Mira Fernandes*

O teorema que se segue foi enunciado e demonstrado pelo Sr. Doutor Aureliano Lopes de Mira Fernandes, Mestre do I. S. T. durante mais de 40 anos.

Teorema — Sejam $a_1, a_2, \ldots a_n$ com ($a_1 < a_2 < a_3 < \ldots < a_n$), n pontos dum intervalo (a, b) em que são definidas *n* funções $f_1(x), f_2(x), \ldots f_n(x)$, contínuas e deriváveis nesse intervalo. Existem (n — 1) pontos $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_{n-1}$ respectivamente nos intervalos $(a_1, a_2), (a_2, a_3), \ldots (a_{n-1}, a_n)$, tais que entre as derivadas das funções tomadas nesses pontos, existe a mesma relação linear e homogénea de coeficientes constantes não todos nulos, se o determinante

$$A = \begin{vmatrix} f_1(a_1) \ldots f_n(a_1) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ f_1(a_n) \ldots f_n(a_n) \end{vmatrix} \quad \text{é diferente de } 0$$

Consideremos a função

$$F(x) = \begin{vmatrix} f_1(x) & f_2(x) & \ldots & f_n(x) & 1 \\ f_1(a_1) & f_2(a_1) & \ldots & f_n(a_1) & 1 \\ f_1(a_2) & f_2(a_2) & \ldots & f_n(a_2) & 1 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ f_1(a_n) & \ldots & \ldots & f_n(a_n) & 1 \end{vmatrix}$$

e notemos que

$$F(a_1) = F(a_2) = \ldots\ldots = F(a_n) = 0$$

Em cada um dos intervalos (a_k, a_{k+1}) podemos aplicar o teorema de Rolle à função F(x), existindo um ponto α_k daqueles intervalos tal que $F'(\alpha_k) = 0$.

Atendendo a que

$$F'(x) = \begin{vmatrix} f'_1(x) & f'_2(x) & \ldots\ldots & f_n(x) & 0 \\ f(a_1) & f_2(a_1) & \ldots\ldots & f_n(a_1) & 1 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ f_1(a_n) & \ldots & \ldots & f_n(a_n) & 1 \end{vmatrix}$$

temos que

$$F'(\alpha_k) = \begin{vmatrix} f'_1(\alpha_k) & f'_2(\alpha_k) & \ldots & f'_n(\alpha_k) & 0 \\ f_1(a_1) & f_2(a_1) & \ldots & f_n(a_1) & 1 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ f_1(a_n) & \ldots & \ldots & f_n(a_n) & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Chamando $\lambda_1 \lambda_2 \ldots \lambda_n$, aos complementos algébricos dos primeiros k elementos da 1.ª linha de $F'(\alpha_k)$ temos 1) $\sum_{k=1}^{n} \lambda_k f'(\alpha_k) = 0$ e notando que $\lambda_1 \lambda_2 \ldots \lambda_n$ não dependem dos α_k, mas sòmente de $(a_1 a_2 \ldots a_n)$, podemos afirmar que a relação linear e homogénea de coeficientes constantes (relação 1) é a mesma em todos os pontos $\alpha_1 \alpha_2 \ldots \alpha_{n-1}$.

Consideremos $\lambda_k = (-1)^{k+1}$

$$\begin{vmatrix} f_1(a_1) \ldots f_{k-1}(a_1) & f_{k+1}(a_1) \ldots f_k(a_1) & 1 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots \\ f_1(a_n) \ldots f_{n-1}(a_n) & f_{n+n}(a_n) \ldots f_n(a_n) & 1 \end{vmatrix}$$

e desenvolvendo λ_k pelos elementos da última coluna teremos

$$\lambda_k = \sum_p (-1)^{k+1} (-1)^{n+p} M_{pn} \quad \Big| \quad M_{pn} \text{ é menor da linha p e última coluna.}$$

Considerando o comprimento algébrico A_{pk} do elemento $f_k(a_p)$ de Δ, temos

$$A_{pk} = (-1)^{p+k} M_{pn} \text{ e } M_{pn} = (-1)^{p+k} A_{pk}$$

donde

$$\lambda_k = \sum_p (-1)^{k+1} (-1)^{n+p} (-1)^{p+k} A_{pk} =$$

$$= \sum_p (-1)^{n+2p+2k+1} A_{pk} = \lambda_k = (-1)^{n+1} \sum_p A_{pk}$$

Supondo os λ_k todos nulos seria

$$\sum_l \lambda_k f_l(a_p) = 0 = \sum_p \sum_l (-1)^{n+1} A_{pk} f_l(a_p) =$$

$$= (-1)^{n+1} \sum_l \delta_{lk} \Delta = (-1)^{n+1} \Delta = 0$$

o que é contra a hipótese por ser $\Delta \neq 0$.

O não anulamento de Δ é uma condição suficiente para que os λ não sejam todos nulos.

Mesmo na hipótese de Δ ser nulo poderão os λ serem não todos nulos: bastará que a característica da matriz de Δ seja $(n-1)$ e que a soma dos complementos algébricos duma coluna qualquer seja $\neq 0$.

Sendo a característica de ordem inferior a $(n-1)$ os λ são todos nulos; e mesmo sendo a característica de ordem $(n-1)$, os λ são todos nulos se a soma dos complementos algébricos duma coluna qualquer for 0.

* * *

Este teorema que se demonstra a partir do teorema de Rolle, tem como caso particular o teorema de Cauchy.

Tomando 2 funções $f_1(x)$ e $f_2(x)$ contínuas e deriváveis num intervalo (a, b) existirá um ponto c do intervalo para o qual

$$F'(c) = \begin{vmatrix} f'_1(c) & f'_2(c) & 0 \\ f_1(a) & f_2(a) & 1 \\ f_1(b) & f_2(b) & 1 \end{vmatrix} = 0$$

donde

$$[f_2(a) - f_2(b)]\, f'_1(c) - f'_2(c)\, [f_1(a) - f_1(b)] = 0 \therefore$$

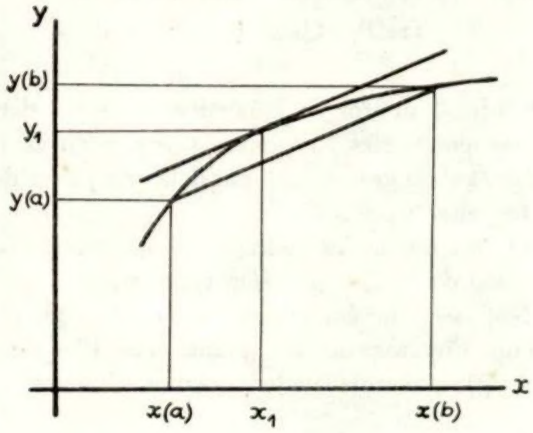
$$\text{a)} \quad \frac{f_2(a) - f_2(b)}{f_1(a) - f_2(b)} = \frac{f'_2(c)}{f'_1(c)}$$

A interpretação geométrica deste teorema é evidente: Considerando uma curva plana

$$\begin{cases} x = f_1(t) \\ y = f_2(t) \end{cases}$$

no plano (x, y), admitindo tangente em todos os seus pontos, (no intervalo $a < t < b$ em que é definida) o teorema de Cauchy (eq. a) afirma a existência dum ponto (x_1, y_1) da curva tal que a tangente à curva nesse ponto é paralela à corda definida pelos pontos extremos

$$[x(a), y(a)] \text{ e } [x(b), y(b)]$$



$$x_1 = x(c)$$
$$y_1 = y(c)$$

A interpretação geométrica do teorema do Doutor Mira Fernandes é também curiosa.

Consideremos uma curva no espaço, de equações

$$\begin{cases} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{cases}$$

Suponhamos que as funções $x(t)$, $y(t)$ e $z(t)$ são contínuas e deriváveis no intervalo (a, c), intervalo que decompomos em 2, (a, b) e (b, c).

Ao ponto da curva correspondente a

$t = a$ chamemos P
$t = b$ » Q
$t = c$ » R

e consideremos os vectores OP, OQ e OR em que O é a Origem.

Aplicando o teorema, têm-se dois pontos α_1 e α_2 dos intervalos (a, b) e (b, c) em cada um dos quais se verifica

$$\begin{vmatrix} x'(\alpha_1) & y'(\alpha_1) & z'(\alpha_1) & 0 \\ x(a) & y(a) & z(a) & 1 \\ x(b) & y(b) & z(b) & 1 \\ x(c) & y(c) & z(c) & 1 \end{vmatrix} = 0$$

ou

$$\begin{vmatrix} x'(\alpha_1) & y'(\alpha_1) & z'(\alpha_1) \\ x(a) - x(b) & y(a) - y(b) & z(c) - z(b) \\ x(c) - x(b) & y(c) - y(b) & z(c) - z(b) \end{vmatrix} = 0$$